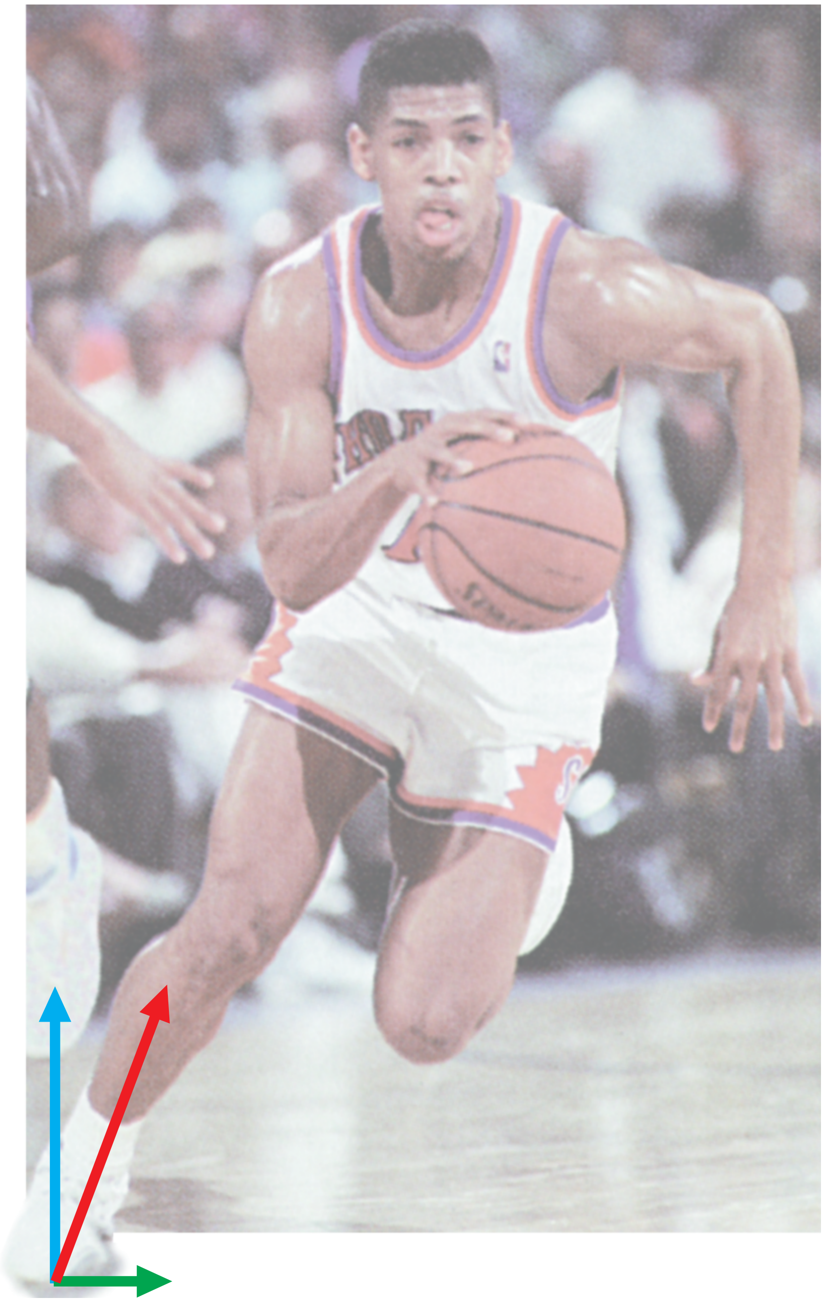
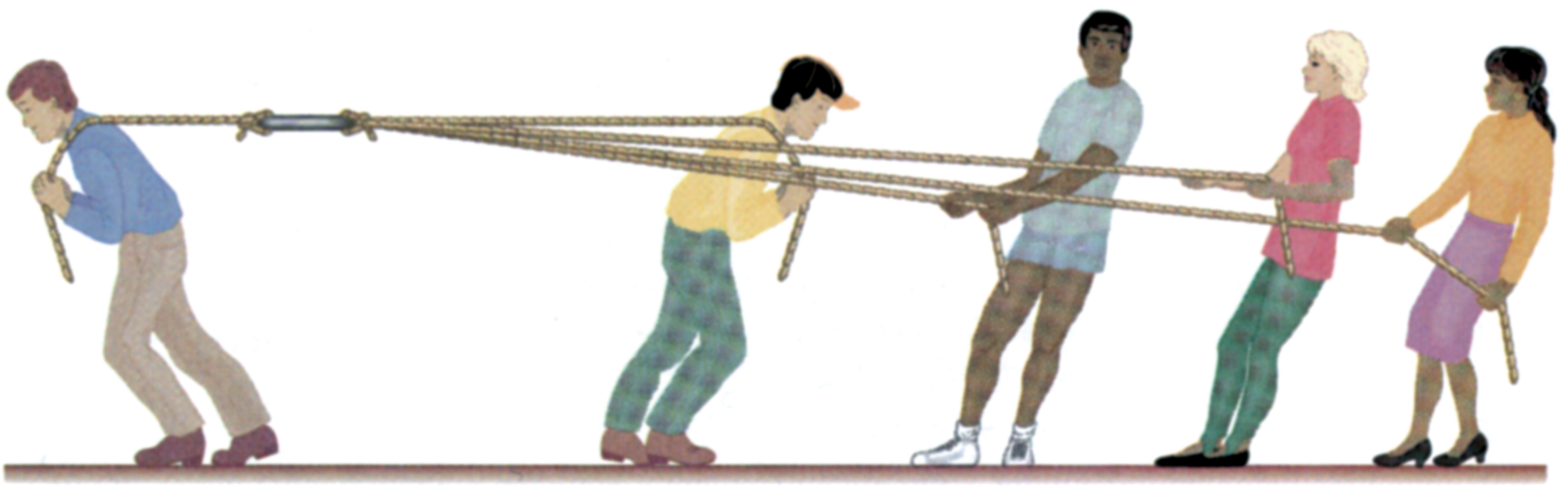
1.3 Δυναμική στο επίπεδο



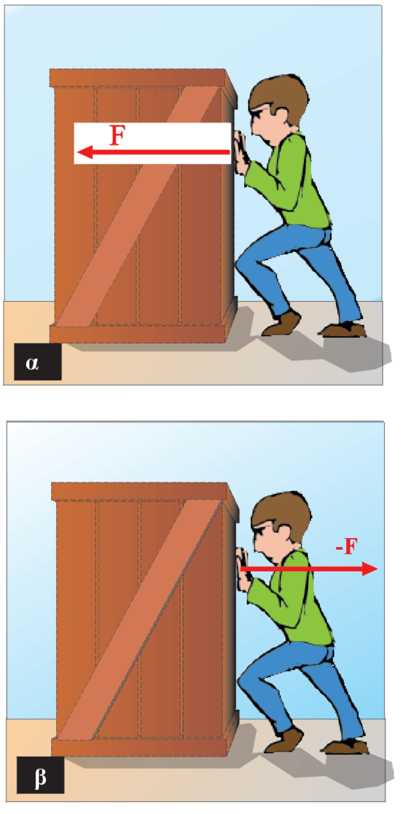


Στο προηγούμενο κεφάλαιο της Δυναμικής μάθαμε τους δύο πρώτους νόμους του Νεύτωνα, μιλήσαμε για τη δύναμη του βάρους, για τη μάζα των σωμάτων και μελετήσαμε την κίνηση ενός σώματος που αφήνεται να πέσει από κάποιο ύψος όταν ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.

Σ' αυτό το κεφάλαιο της Δυναμικής θα μελετήσουμε τη σχέση της δύναμης με την κίνηση ενός σώματος στο επίπεδο.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.3.1 Τρίτος νόμος του Νεύτωνα. Νόμος Δράσης - Αντίδρασης



Εικόνα 1.3.1

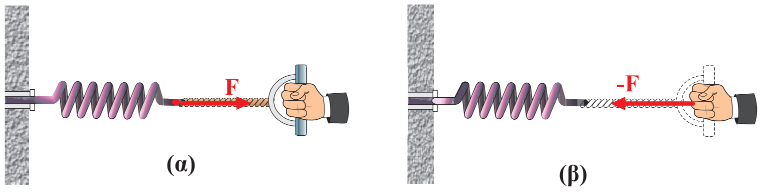
Η έννοια της δύναμης *χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αλληλεπίδραση μεταξύ δύο σωμάτων.* Παραδείγματος χάρη σπρώχνουμε ένα κιβώτιο και αυτό επιταχύνεται, τραβάμε με το χέρι μας το ένα άκρο ελατηρίου του οποίου το άλλο είναι στερεωμένο και αυτό παραμορφώνεται. Και στα δύο παραδείγματα ένα σώμα αλληλεπιδρά με ένα άλλο. Ποιο σώμα ασκεί τη δύναμη και ποιο τη δέχεται;
Ο Νεύτωνας πίστευε ότι είναι το ίδιο να δεχθούμε ότι, είτε το πρώτο ασκεί δύναμη και το δεύτερο τη δέχεται ή το αντίστροφο. Δηλαδή:

"Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο''.

Η διατύπωση αυτή αποτελεί το νόμο **Δράσης - Αντίδρασης**.

Στο παραπάνω παράδειγμα, όταν σπρώχνουμε το κιβώτιο με μια δύναμη $\vec{F}$ τότε αυτό ασκεί σ' εμάς δύναμη $-\vec{F}$ (Εικ. 1.3.1). Στο δεύτερο παράδειγμα όταν τραβάμε με το χέρι μας το ελατήριο με δύναμη $\vec{F}$, και το ελατήριο ασκεί στο χέρι μας δύναμη $-\vec{F}$ (Εικ. 1.3.2).

Εκείνο που πρέπει να τονίσουμε είναι ότι οι δυνάμεις της Δράσης - Αντίδρασης ***ενεργούν σε διαφορετικά σώματα***, επομένως δεν έχει νόημα να μιλάμε για συνισταμένη των δύο αυτών δυνάμεων.



Εικόνα 1.3.2

Σύμφωνα με το νόμο αυτό σε κάθε δράση αναπτύσσεται ίση αντίδραση. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι δεν είναι δυνατό να έχουμε την εμφάνιση μιας μόνης δύναμης, γιατί το σώμα στο οποίο αυτή ασκείται θα προκαλεί μια αντίδραση. Λέμε λοιπόν ότι **οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται κατά ζεύγη.**

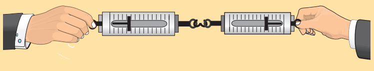
Μερικοί μαθητές θεωρούν ότι, η ισορροπία ενός σώματος είναι συνέπεια του νόμου δράσης-αντίδρασης.

Συζητήστε στην ομάδα σας την άποψη αυτή και γράψτε τη δική σας άποψη.

Δραστηριότητα

Δράση και αντίδραση.

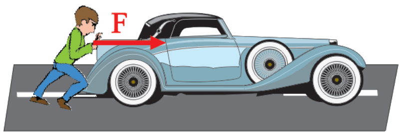
1. Κρατήστε (δύο από σας) τα δύο δυναμόμετρα τεντωμένα, όπως φαί-



νεται στην εικόνα. Παρατηρήστε τις ενδείξεις των δυναμομέτρων.
2. Ποια είναι η σχέση μεταξύ δράσης και αντίδρασης όσον αφορά τη διεύθυνση, τη φορά και την τιμή;
3. Εξηγήστε γιατί μια βάρκα θα φύγει προς τα πίσω αν κάποιος πηδήξει από αυτήν στην προκυμαία.
4. Ένα αντικείμενο βάρους 10N ισορροπεί πάνω σε τραπέζι. Προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το αντικείμενο στο τραπέζι (τιμή, διεύθυνση και φορά). Επίσης, προσδιορίστε τη δύναμη που ασκεί το τραπέζι πάνω στο αντικείμενο.

1.3.2 Δυνάμεις από επαφή και από απόσταση

Όπως είδαμε, για να ασκηθεί μια δύναμη σε ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος, που είναι είτε σε επαφή, είτε σε κάποια απόσταση από το πρώτο σώμα και αλληλεπιδρά με αυτό.



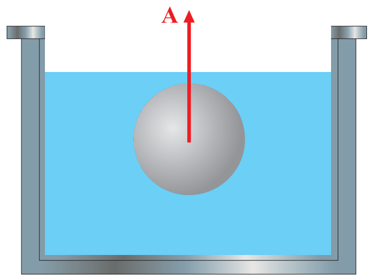
Εικόνα 1.3.3

Εικόνα 1.3.3α

Όταν σπρώχνουμε ένα αντικείμενο, παραδείγματος χάρη ένα αυτοκίνητο (Εικ. 1.3.3) ασκούμε δύναμη σ' αυτό. Όταν επίσης τεντώνουμε ένα ελατήριο του οποίου το ένα άκρο είναι στερεωμένο και εμείς τραβάμε το ελεύθερο άκρο του (Εικ. 1.3.2), ασκούμε δύναμη. Όταν με ένα σχοινί τραβάμε μια βάρκα που είναι στη θάλασσα, ενώ εμείς είμαστε στην ξηρά ασκούμε δύναμη (Εικ. 1.3.3α). Το χαρακτηριστικό και των τριών περιπτώσεων είναι ότι υπάρχει επαφή. Οι δυνάμεις που ανήκουν σ΄αυτή την κατηγορία λέγονται **δυνάμεις από επαφή**.

Χαρακτηριστικές δυνάμεις επαφής πάνω σε ένα σώμα, που συναντάμε στα προβλήματα Μηχανικής είναι:

1. Η **τριβή**.
2. Η δύναμη που δέχεται το σώμα από τεντωμένο νήμα, στο άκρο του οποίου είναι δεμένο (λέγεται **τάση νήματος**).
3. Η **δύναμη ελατηρίου** που δέχεται το σώμα από παραμορφωμένο ελατήριο.
4. Η κάθετη δύναμη που ασκείται στο σώμα από την επιφάνεια στην οποία αυτό ισορροπεί.
5. Η **άνωση** που δέχεται ένα σώμα από το υγρό, μέσα στο οποίο είναι βυθισμένο (Εικ. 1.3.4).
6. Η **αντίσταση** του αέρα που δέχεται ένα σώμα όταν κινείται.

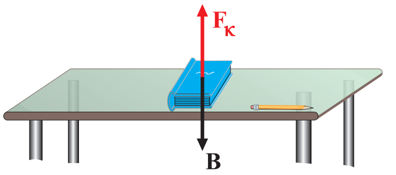


Εικόνα 1.3.4

Αντίθετα, οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ ηλεκτρικά φορτισμένων σωμάτων, οι δυνάμεις μεταξύ μαγνητών και οι δυνάμεις λόγω βαρύτητας είναι **δυνάμεις από απόσταση**.

Σ'ένα σώμα είναι δυνατό να ασκούνται τόσο δυνάμεις από επαφή, όσο και από απόσταση.

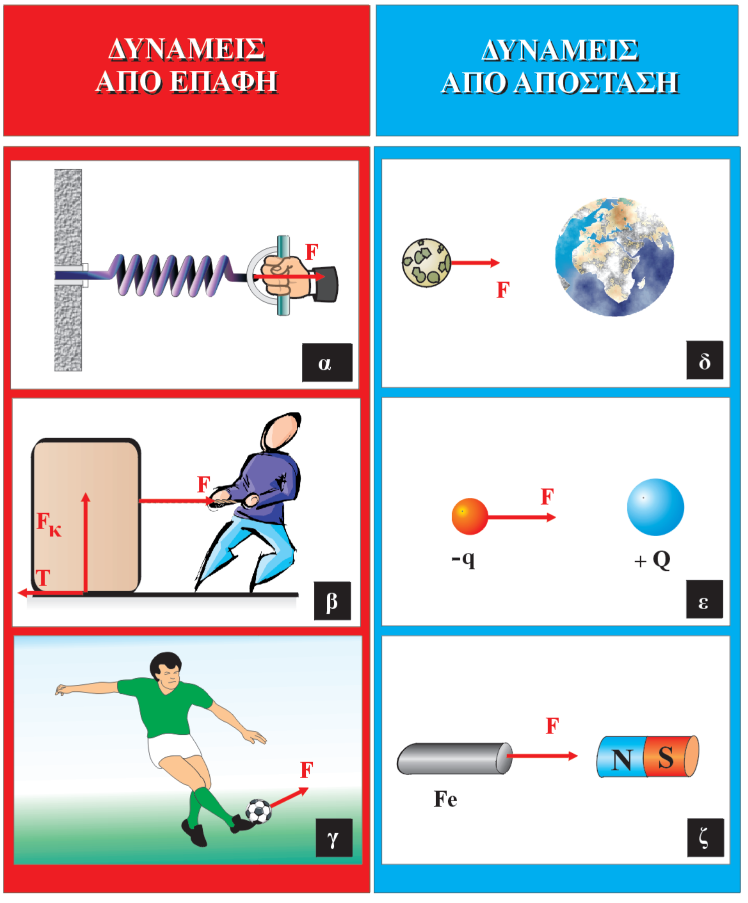
Παραδείγματος χάρη, στο βιβλίο που βρίσκεται στο θρανίο ασκείται το βάρος του, που είναι δύναμη από απόσταση και η δύναμη που προέρχεται από το θρανίο και είναι δύναμη από επαφή (Εικ. 1.3.5).



Εικόνα 1.3.5

Πολλές φορές στην επίλυση προβλημάτων είναι ανάγκη να σημειώσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα. Έχοντας υπόψη μας ότι οι δυνάμεις αυτές είναι δυνάμεις είτε από επαφή είτε από απόσταση, (Εικ. 1.3.6), μας είναι εύκολο να τις προσδιορίσουμε.

Οι δυνάμεις από επαφή που ασκούνται σε ένα σώμα είναι τόσες όσα είναι τα σώματα με τα οποία αυτό έρχεται σε επαφή.



Εικόνα 1.3.6
Εικόνες δυνάμεων από επαφή και από απόσταση.

Συζητείστε στην ομάδα σας το παρακάτω θέμα.

Κρατάμε στο χέρι μας μια κιμωλία. Ποιες δυνάμεις ασκούνται επάνω της; Ποια σώματα τις ασκούν;

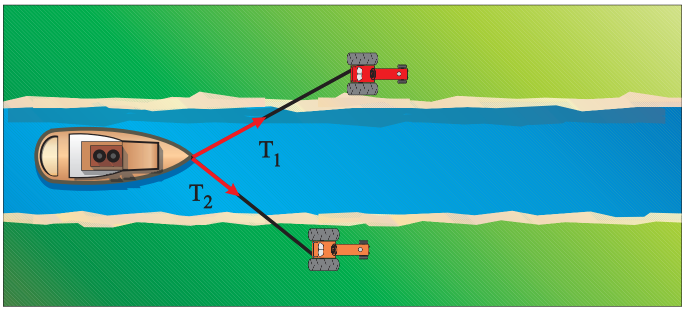
Πετάμε την κιμωλία προς τα πάνω. Αν ρωτήσουμε ποιες δυνάμεις ασκούνται πάνω στην κιμωλία κατά την κίνησή της, κάποιοι μαθητές θα απαντήσουν ότι ασκούνται δύο δυνάμεις:

i) το βάρος και
ii) η δύναμη που δώσαμε όταν έφυγε από το χέρι μας.

Συμφωνείτε με αυτή την άποψη;

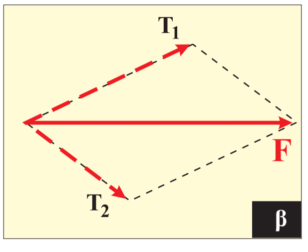
1.3.3 Σύνθεση δυνάμεων στο επίπεδο

Στην εικόνα 1.3.7α φαίνεται ένα πλοιάριο που λόγω μηχανικής βλάβης κινείται στα νερά του ποταμού με τη βοήθεια δύο σχοινιών, τα οποία σύρουν οχήματα από τις όχθες.



Εικόνα 1.3.7α

Θα μπορούσε άραγε οι δύο δυνάμεις που ασκούν τα οχήματα, να ισοδυναμούν με μια δύναμη, την οποία θα ασκεί ένα άλλο σκάφος και η οποία να φέρει το ίδιο αποτέλεσμα με τις δύο δυνάμεις μαζί; Η απάντηση είναι ναι.



Εικόνα 1.3.7β

Στην εικόνα 1.3.7β με T_1 και T_2 έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις (*τάσεις* των σχοινιών) που ασκούν τα οχήματα. Κατασκευάζουμε ένα παραλληλόγραμμο με πλευρές τις τάσεις T_1 και T_2 των σχοινιών. Η συνισταμένη τους συμβολίζεται με τη διαγώνιο του παραλληλογράμμου που περιέχεται μεταξύ των T_1 και T_2 (Εικ. 1.3.7β).

Στην εικόνα 1.3.8 φαίνεται ο τρόπος με τον οποίο σχεδιάζεται το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων στην τάξη με την βοήθεια δύο τροχαλιών και τριών γνωστών βαρών.

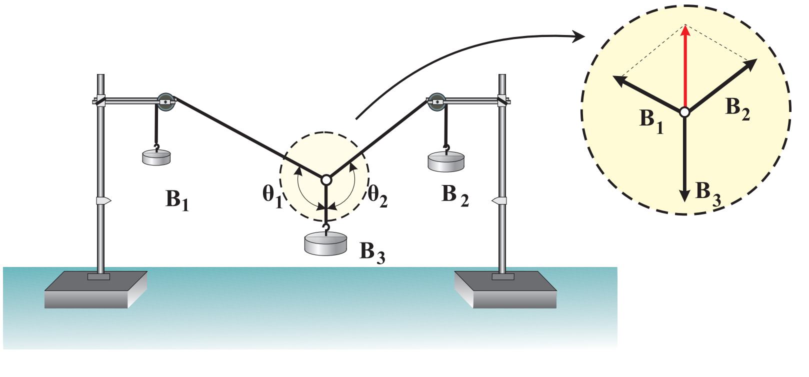
Η τάση σε κάθε νήμα οφείλεται στο βάρος που συγκρατείται είτε απευθείας είτε μέσω των τροχαλιών. Οι γωνίες θ_1 και θ_2 μεταξύ των νημάτων μετριούνται με το μοιρογνωμόνιο. Στη συνέχεια κατασκευάζεται υπό κλίμακα το πα-

Δραστηριότητα

Δίνονται τα βάρη B_1=1,5N, B_2=2N και B_3=2,5N των σωμάτων που φαίνονται στην εικόνα 1.3.8. Αφού κατασκευάσετε τη διάταξη, να κάνετε τις ακόλουθες δραστηριότητες:

α) Μετρήστε με το μοιρογνωμόνιο τις γωνίες θ_1 και θ_2 που σχηματίζουν τα νήματα λόγω των βαρών.

β) Κατασκευάστε το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων και προσδιορίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της συνισταμένης. Αντιστοιχίστε 1N σε 4cm.

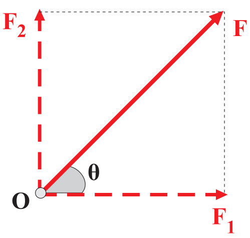


Εικόνα 1.3.8

ραλληλόγραμμο στο οποίο τα διανύσματα B_1 και B_2 αντιπροσωπεύουν τις παρακείμενες πλευρές. Η συνισταμένη τους πρέπει να έχει και αντίθετη κατεύθυνση με το βάρος B_3, επειδή το σύστημα των τριών δυνάμεων ισορροπεί.

Σύνθεση δυνάμεων που σχηματίζουν γωνία 90°

Ας υποθέσουμε ότι σε ένα σημείο Ο ενεργούν δύο δυνάμεις F_1 και F_2 που σχηματίζουν γωνία 90º (Εικ. 1.3.9). Ζητάμε τον προσδιορισμό της συνισταμένης τους. Δηλαδή το υπολογισμό της τιμής καθώς και την κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.



Εικόνα 1.3.9

Η κατεύθυνση της συνισταμένης θα προσδιοριστεί αν υπολογισθεί η γωνία θ που αυτή σχηματίζει με τη συνιστώσα F_1. Κατασκευάζοντας το παραλληλόγραμμο των δυνάμεων προκύπτει ότι η συνισταμένη είναι η υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι οι δυνάμεις F_1 και F_2. Αν εφαρμόσουμε το Πυθαγόρειο θεώρημα βρίσκουμε την τιμή της που είναι:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \qquad (1.3.1)$$

Η γωνία θ προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\text{εφ}\theta = \frac{F_2}{F_1} \qquad (1.3.2)$$

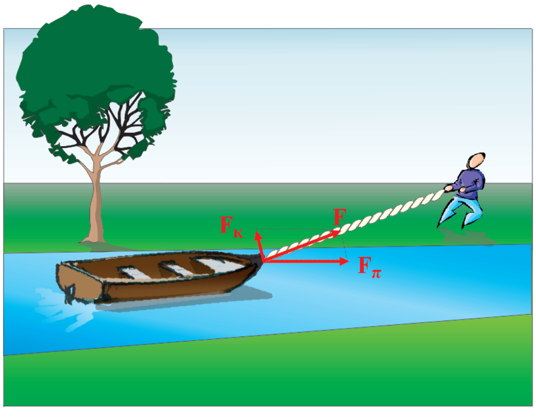
1.3.4 Ανάλυση δύναμης σε συνιστώσες

Όπως είναι δυνατό να συνθέσουμε δύο διανύσματα που έχουν κοινή αρχή και να τα αντικαταστήσουμε με ένα τρίτο διάνυσμα ισοδύναμο με αυτά, κατά αντίστοιχο τρόπο μπορούμε να αναλύσουμε ένα διάνυσμα σε δύο άλλα ισοδύναμα με αυτό. Το ερώτημα είναι "μπορούμε να αναλύσουμε και μια δύναμη σε συνιστώσες;"

Σύμφωνα με το προηγούμενο σκεπτικό η δύναμη ως διανυσματικό μέγεθος θα μπορεί να αναλυθεί σε συνιστώσες.

Η ανάγκη της ανάλυσης μίας δύναμης σε συνιστώσες φαίνεται από το εξής παράδειγμα.

Μια βάρκα σύρεται σε ένα κανάλι με τη βοήθεια σχοινιού από άνθρωπο που κινείται παράλληλα στο κανάλι (Εικ. 1.3.10). Για να κατανοήσουμε την κίνηση της βάρκας πρέπει να αναλύσουμε τη δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος σε δύο συνιστώσες. Μια παράλληλη, $F_Π$, προς το ρεύμα του ποταμού και μια κάθετη F_K σ' αυτό. Η παράλληλη συνιστώσα, $F_{Π,}$ κινεί τη βάρκα προς τα εμπρός ενώ η κά-



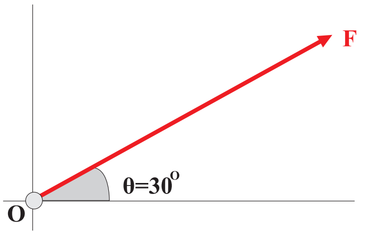
Εικόνα 1.3.10

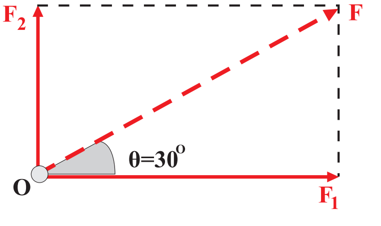
θετη την έλκει προς την ακτή.
Συνήθως αναλύουμε μια δύναμη σε δύο κάθετες συνιστώσες.

Παράδειγμα

Να αναλυθεί μια δύναμη F=15N σε δύο συνιστώσες F_1 και F_2 κάθετες μεταξύ τους, εκ των οποίων η συνιστώσα F_1 είναι οριζόντια. Η γωνία θ που σχηματίζει η δύναμη F με την οριζόντια συνιστώσα είναι 30°.

Στην εικόνα φαίνεται η δύναμη F και οι δυο συνιστώσες της. Από την Τριγωνομετρία και συγκεκριμένα από τον ορισμό του συνημιτόνου και του ημιτόνου μιας γωνίας, προκύπτει:





$$\text{συνθ} = \frac{F_1}{F} \quad \text{και} \quad \text{ημθ} = \frac{F_2}{F}$$

Επιλύοντας τη πρώτη σχέση ως προς F_1 προκύπτει:

$$F_1 = F\ \text{συνθ}$$

Με αντικατάσταση των τιμών F=15N και θ=30° παίρνουμε:

$$F_1 = 15\text{N}\ \text{συν}30° \qquad \text{ή}$$

$$F_1 = 15\frac{\sqrt{3}}{2}\text{N} = 12{,}75\text{N}$$

Εργαζόμενοι κατά τον ίδιο τρόπο υπολογίζουμε τη συνιστώσα F_2.

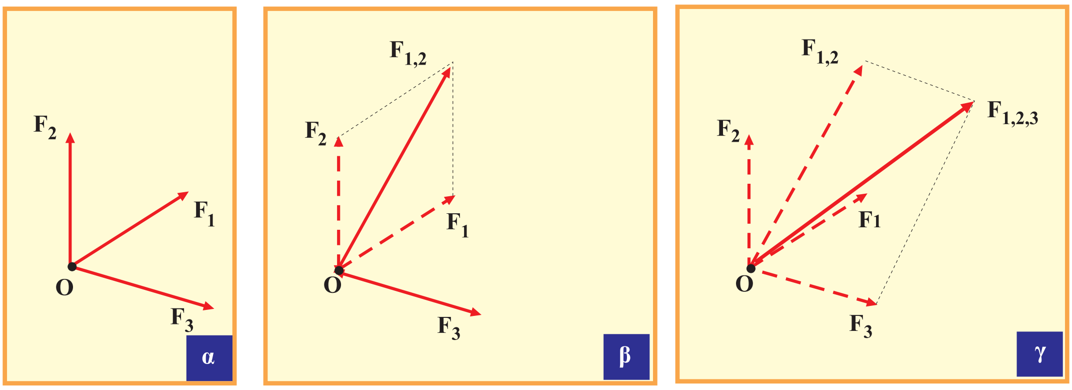
$$F_2 = F\ \text{ημ}\ 30° \ \text{ή}$$

$$F_2 = 15\text{N}\ \frac{1}{2} \ \text{ή}$$

$$F_2 = 7{,}5\text{N}$$

1.3.5 Σύνθεση πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων

Για να υπολογίσουμε τη συνισταμένη πολλών ομοεπιπέδων δυνάμεων που έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, μπορούμε να βρούμε τη συνισταμένη των δύο πρώτων δυνάμεων με τη μέθοδο του παραλληλογράμμου και στη συνέχεια να συνθέσουμε τη δύναμη αυτή με την τρίτη δύναμη, τη νέα συνισταμένη με την τετάρτη, κ.ο.κ. μέχρι να τελειώσουν όλες οι δυνάμεις (Εικ. 1.3.11).



Εικόνα 1.3.11

Η πορεία αυτή είναι συνήθως περίπλοκη και γι' αυτό δεν ενδείκνυται.

Συνήθως εργαζόμαστε ως εξής:
Σε ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων, του οποίου η αρχή συμπίπτει με το σημείο εφαρμογής των ομοεπιπέδων δυνάμεων, αναλύουμε όλες τις δυνάμεις σε συνιστώσες. Παρατηρούμε τότε, ότι όλες οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα, έχουν την ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και επομένως η πρόσθεσή τους είναι εύκολη. Με τον τρόπο αυτό καταλήγουμε στην σύνθεση δύο δυνάμεων καθέτων μεταξύ τους.

Αυτό θα φανεί αναλυτικά στο παράδειγμα που ακολουθεί. Για ευκολία ας θεωρήσουμε τρεις δυνάμεις F_1, F_2, F_3, που σχηματίζουν με τον άξονα των x γνωστές γωνίες θ_1, θ_2, θ_3, (Εικ. 1.3.12). Αναλύουμε κάθε δύναμη σε συνιστώσες στους άξονες x και y.

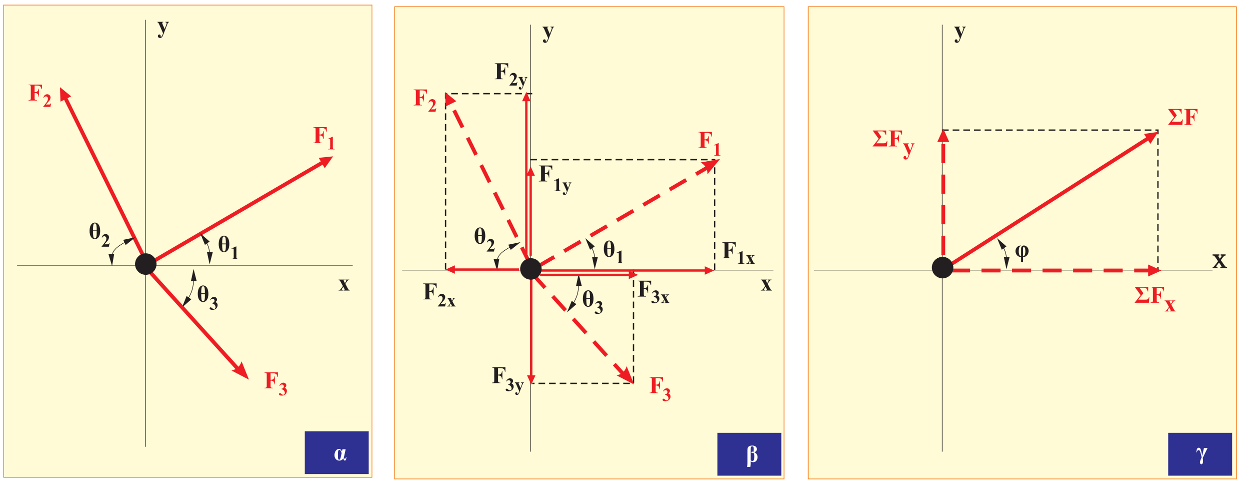
Η συνισταμένη των δυνάμεων στον x άξονα έχει τιμή:

$$\Sigma F_x = F_{1x} - F_{2x} + F_{3x}$$

Το ίδιο ισχύει και για τη συνισταμένη των δυνάμεων στον y άξονα:

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} - F_{3y}$$

Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά.



Εικόνα 1.3.12

Τελικά, θα έχουμε:

$$\Sigma F = \sqrt{(\Sigma F_x)^2 + (\Sigma F_y)^2} \qquad (1.3.3)$$

Η γωνία φ που σχηματίζει η συνισταμένη με τον άξονα των x προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x} \qquad (1.3.4)$$

1.3.6 Ισορροπία ομοεπιπέδων δυνάμεων

Αν σε ένα σώμα ασκούνται πολλές δυνάμεις, που διέρχονται από το ίδιο σημείο, αυτό ισορροπεί, όταν η συνισταμένη των δυνάμεων είναι μηδέν.

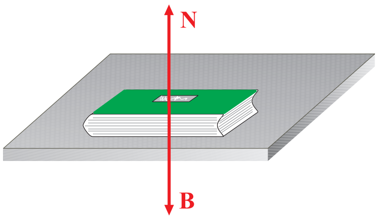
Σύμφωνα με όσα αναφέραμε στην προηγούμενη παράγραφο η συνισταμένη των δυνάμεων ανάγεται τελικά στη σύνθεση δύο δυνάμεων των ΣF_x και ΣF_y. Άρα θα πρέπει να ισχύει:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma F_X = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{array} \right. \qquad (1.3.5)$$

Τα αθροίσματα αυτά είναι αλγεβρικά και οι δυνάμεις είναι ομοεπίπεδες.

Μερικές περιπτώσεις

α. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση δύο δυνάμεων.



Εικόνα 1.3.13

Σε ένα βιβλίο που ηρεμεί πάνω σε οριζόντιο επίπεδο (Εικ. 1.3.13) ασκούνται δυνάμεις:

Το βάρος του B και η δύναμη N του επιπέδου.

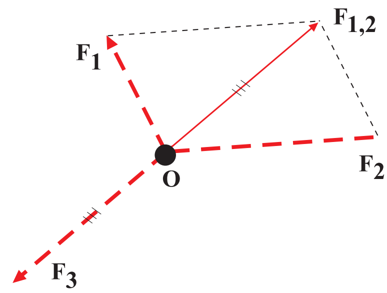
Αφού το βιβλίο ισορροπεί θα ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή}$$
$$B - N = 0 \quad \text{ή}$$
$$N = B$$

Δηλαδή η δύναμη από το επίπεδο και το βάρος του βιβλίου είναι *δυνάμεις αντίθετες*.

β. Ισορροπία σώματος υπό την επίδραση τριών δυνάμεων (ομοεπιπέδων).

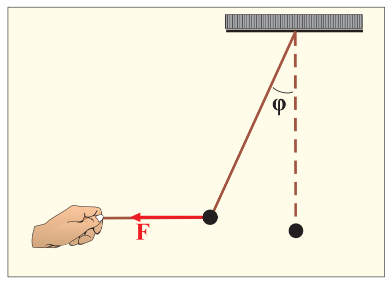
Στην εικόνα 1.3.14, έχουμε τρεις ομοεπίπεδες δυνάμεις σε ισορροπία. Σύμφωνα με την παράγραφο 1.3.6 θα πρέπει η συνισταμένη των τριών δυνάμεων να είναι ίση με μηδέν. Δηλαδή η συνισταμένη των δυο να είναι αντίθετη της τρίτης.



Εικόνα 1.3.14
Η F_3 και η $F_{1,2}$ είναι αντίθετες.

Παράδειγμα

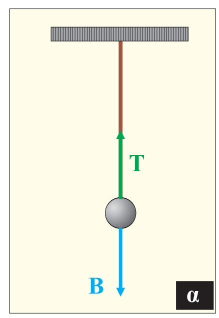
Σφαίρα βάρους Β = 10Ν είναι δεμένη στην άκρη ενός σχοινιού που είναι στερεωμένο στην οροφή και ισορροπεί. Στη σφαίρα ασκούμε μια οριζόντια δύναμη F και τότε ισορροπεί σε νέα θέση, όπου το νήμα σχηματίζει γωνία φ (ημφ = 0,6 και συνφ = 0,8) με την κατακόρυφη.



1) Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα πριν ασκηθεί η δύναμη F και να βρεθεί η συνισταμένη τους.
2) Να υπολογιστεί η δύναμη F καθώς επίσης και η δύναμη που ασκεί το νήμα στη σφαίρα, στη νέα θέση ισορροπίας.

Λύση

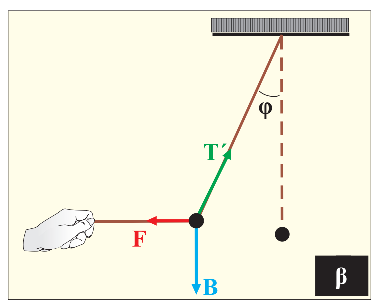
1) Στη σφαίρα ασκούνται δύο δυνάμεις:
το βάρος της λόγω της έλξης της Γης και
η δύναμη Τ που ασκεί το νήμα, την οποία ονομάζουμε τάση του νήματος.



Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

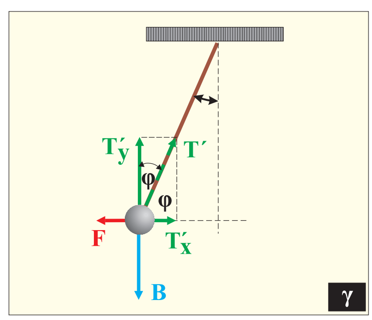
$$T = B$$
$$\text{άρα } T = 10N$$

2) Η σφαίρα ισορροπεί υπό την επίδραση τριών δυνάμεων Β, Τ΄ και F.



Αν αναλύσουμε την τάση του νήματος σε δύο συνιστώσες, από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$T'_x = T'\eta\mu\varphi$$
$$T'_y = T'\sigma\upsilon\nu\varphi$$



Αφού η σφαίρα ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

Δηλαδή: $T'\sigma\upsilon\nu\varphi = B$ και
$F = T'\eta\mu\varphi$

Με αντικατάσταση παίρνουμε:

$$T'.\ 0{,}8 = 10\ N \text{ ή } T' = 12{,}5\ N$$

$$\text{και } F = 12{,}5\ N\ .\ 0{,}6 \text{ ή } F = 7{,}5\ N$$

1.3.7 Ο νόμος της τριβής

Έχετε δοκιμάσει να περπατήσετε σε γυαλισμένο πάτωμα ή σε παγωμένο δρόμο; Έχετε ακούσει ότι τα περισσότερα δυστυχήματα με αυτοκίνητα συμβαίνουν όταν οι δρόμοι είναι βρεγμένοι;

Στις παραπάνω περιπτώσεις υπάρχει κίνηση που όμως γίνεται σε ιδιόμορφες συνθήκες που επικρατούν στην επιφάνεια πάνω στην οποία κινούνται τα σώματα. Το αίτιο που δυσκολεύει την κίνηση σε όλες τις παραπάνω περιπτώσεις, είναι όπως ξέρουμε και από την εμπειρία μας, η ελάττωση των δυνάμεων της τριβής.

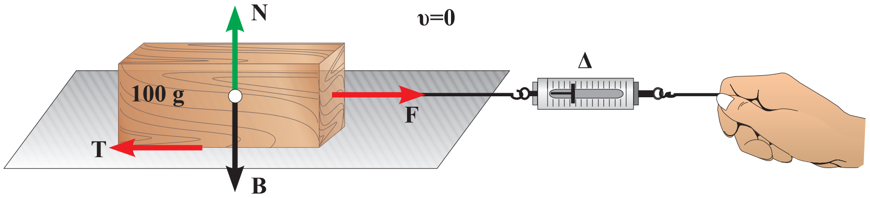
Όταν ένα σώμα ολισθαίνει (γλιστράει) πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του.
Η δύναμη αυτή λέγεται **τριβή** ή **τριβή ολίσθησης**.
Τριβή εμφανίζεται επίσης όταν ένα σώμα κινείται μέσα σε ρευστό (στον αέρα ή σε υγρό). Στην περίπτωση αυτή μιλάμε για αντίσταση αντί για τριβή.

Η τριβή είναι μια πολύ σημαντική δύναμη γιατί επιτρέπει σε εμάς να περπατάμε, να κρατάμε αντικείμενα στα χέρια μας, στα τροχοφόρα οχήματα να κινούνται, κ.τ.λ. Η τριβή στα υγρά είναι πολύ μικρότερη σε σύγκριση με αυτή μεταξύ δύο επιφανειών στερεών. Αυτός είναι ο λόγος που για την ελάττωση των τριβών μεταξύ δύο μεταλλικών επιφανειών χρησιμοποιούνται λάδια ως λιπαντικά. Τα τελευταία χρόνια έχει αναπτυχθεί η τεχνολογία της χρήσης του αέρα υπό πίεση για την κίνηση σωμάτων πάνω σε λεπτό στρώμα αέρα οπότε η τριβή ελαττώνεται πολύ σημαντικά. Μπορεί κανείς να αναφέρει ως παράδειγμα την κίνηση του Hovercraft στην ξηρά και στη θάλασσα (Εικ. 1.3.15).

Εικόνα 1.3.15

Προκειμένου να μελετήσουμε ποσοτικά την τριβή εργαζόμαστε ως εξής (Εικ. 1.3.16):

Έστω ένα ξύλινο παραλληλεπίπεδο βάρους Β πάνω σε μια οριζόντια επιφάνεια. Στο παραλληλεπίπεδο ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη Ν από το επίπεδο. Η συνισταμένη των δύο δυνάμεων είναι μηδέν και το σώμα ισορροπεί.



Εικόνα 1.3.16

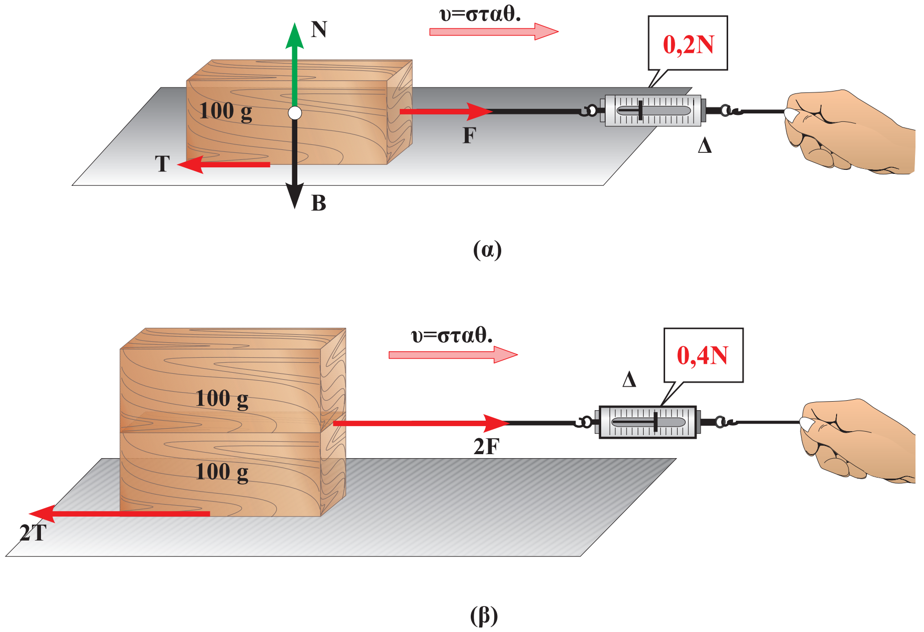
Με το δυναμόμετρο Δ εφαρμόζουμε μια μικρή οριζόντια δύναμη F και παρατηρούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο. Αυτό φανερώνει ότι εκτός από τη δύναμη F που ασκούμε μέσω του δυναμομέτρου, υπάρχει και κάποια άλλη οριζόντια δύναμη που είναι αντίθετη της δύναμης F. Τη δύναμη αυτή τη συμβολίζουμε με T και εμφανίζεται στις διαχωριστικές επιφάνειες των δύο σωμάτων τα οποία εφάπτονται (ξύλινο παραλληλεπίπεδο και τραπέζι) και λέγεται **τριβή**.

Αν αυξήσουμε προοδευτικά το μέτρο της δύναμης F παρατηρούμε ότι το σώμα πάλι δεν κινείται, γεγονός που δείχνει ότι και η τιμή της δύναμης T αυξάνεται. Επειδή το σώμα παραμένει ακίνητο η δύναμη T ονομάζεται **στατική τριβή**.

Αν εξακολουθήσουμε να αυξάνουμε την τιμή της δύναμης F που ασκούμε στο σώμα, μέσω του δυναμομέτρου, θα παρατηρήσουμε ότι σε κάποια στιγμή το σώμα θα αρχίσει να γλιστράει (ολισθαίνει) πάνω στο επίπεδο. Η δύναμη της στατικής τριβής έχει πάρει τη μέγιστη τιμή και λέγεται **οριακή τριβή**.

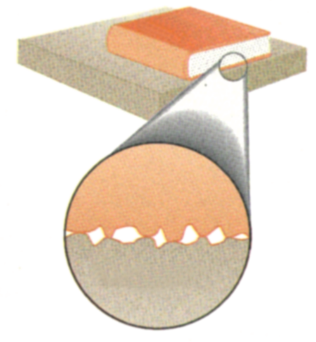
Το συμπέρασμα που βγαίνει είναι ότι η στατική τριβή δεν έχει σταθερή τιμή, αλλά η τιμή της αυξάνεται από μηδέν μέχρι μια μέγιστη τιμή την οριακή τριβή.

Αν σύρουμε το παραλληλεπίπεδο (Εικ. 1.3.17α) έτσι ώστε να γλιστράει με σταθερή ταχύτητα παρατηρούμε ότι η ένδειξη του δυναμομέτρου γίνεται ελαφρώς μικρότερη της προηγούμενης τιμής της. Κατά συνέπεια και η δύναμη της τριβής που αντιστέκεται στην κίνηση (ολίσθηση) και λέγεται **τριβή ολίσθησης**, πρέπει να είναι μικρότερη της οριακής τριβής.



Εικόνα 1.3.17

Αν επαναλάβουμε το πείραμα πολλές φορές, βάζοντας πάνω στο παραλληλεπίπεδο κάθε φορά και ένα διαφορετι-



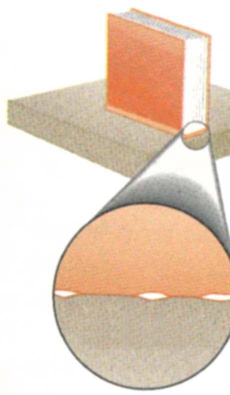
κό βάρος (Εικ. 1.3.17β), βρίσκουμε ότι αυξάνονται ανάλογα με την κάθετη δύναμη (είναι πάντοτε N = B), τόσο η οριακή τριβή, όσο και η τριβή ολίσθησης.

Μπορούμε λοιπόν να γράψουμε για την τριβή ολίσθησης:

$$T = \mu N \qquad (1.3.6)$$

Στη σχέση (1.3.6), T είναι η τριβή ολίσθησης, μ ο συντελεστής που ονομάζουμε συντελεστή τριβής ολίσθησης και N η κάθετη δύναμη με την οποία συμπιέζονται οι επιφάνειες.

Η έκφραση $T = \mu N$ αποτελεί την ποσοτική έκφραση του νόμου της τριβής ολίσθησης που διατυπώνεται ως εξής:



Εικόνα 1.3.18
Ακόμα και οι επιφάνειες που φαίνονται απόλυτα λείες, παρουσιάζουν ανωμαλίες αν τις εξετάσουμε με ισχυρό μεγεθυντικό φακό.

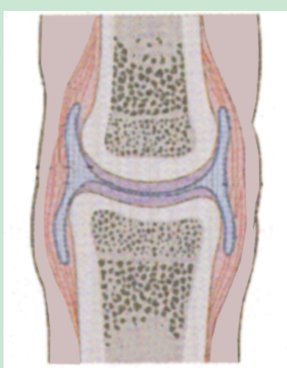
1. Η τριβή ολίσθησης έχει τιμή ανάλογη της κάθετης δύναμης N.

2. Ο συντελεστής αναλογίας μ λέγεται συντελεστής τριβής ολίσθησης και εκφράζει την εξάρτηση της τριβής ολίσθησης από τη φύση των επιφανειών που είναι σε επαφή, εικόνα 1.3.18.

Επίσης πρέπει να αναφερθεί, ότι η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη του εμβαδού των τριβομένων επιφανειών και ανεξάρτητη της ταχύτητας του ενός σώματος ως προς το άλλο, εφόσον η ταχύτητα δεν υπερβαίνει ορισμένο όριο.

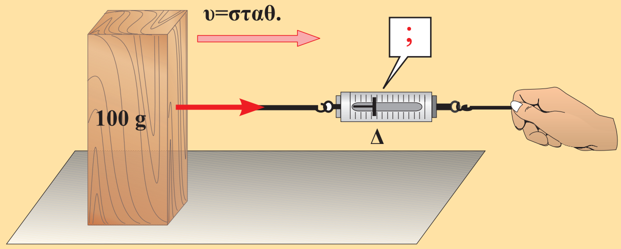
Μείωση των τριβών στο ανθρώπινο σώμα

Στον οργανισμό του ανθρώπου υπάρχουν ειδικά συστήματα μείωσης της τριβής. Όταν περπατάμε δεν αισθανόμαστε την τριβή μεταξύ των οστών στις αρθρώσεις των ποδιών. Αυτό συμβαίνει γιατί το αρθρικό υγρό στον αρθρικό θύλακα λειτουργεί ως λιπαντικό (βλέπε εικόνα). Όταν ο άνθρωπος είναι ακίνητος, το αρθρικό υγρό τείνει να απορροφηθεί με αποτέλεσμα να αυξάνεται η τριβή, γεγονός που επιτρέπει τη σταθερή στήριξη του σώματος. Μπορεί να πει κανείς ότι αυτό είναι ένα πολύ καλό παράδειγμα της βιολογικής μηχανικής που η φύση χρησιμοποιεί για τη στήριξη των ζωντανών οργανισμών. Μπορεί κανείς να αναφέρει και άλλα παραδείγματα χρησιμοποίησης ειδικών λιπαντικών στον οργανισμό του ανθρώπου. Παραδείγματος χάρη, για τη μείωση των τριβών των πνευμόνων και της καρδιάς ο οργανισμός χρησιμοποιεί ένα είδος βλένας. Για την κατάποση των στερεών τροφών και τη μείωση της τριβής στον οισοφάγο χρησιμοποιείται το σάλιο.



Δραστηριότητα

Πραγματοποιήστε το προηγούμενο πείραμα τοποθετώντας το ξύλινο παραλληλεπίπεδο πάνω στο τραπέζι με διαφορετική έδρα απ' ότι αρχικά, όπως φαίνεται στην εικόνα.



Χρειάζεται να ασκηθεί, μέσω του δυναμομέτρου, η ίδια δύναμη F σε σχέση με πριν, ώστε το παραλληλεπίπεδο να κινείται με σταθερή ταχύτητα;

Μεταξύ των τριβομένων επιφανειών να βάλετε μικρή ποσότητα λιπαντικού (λάδι).

Για την ισοταχή κίνηση του παραλληλεπιπέδου η απαιτούμενη δύναμη είναι μικρότερη, ίση ή μεγαλύτερη σε σχέση με πριν;

Πολλοί μαθητές πιστεύουν, ότι η δύναμη της τριβής έχει κατεύθυνση πάντοτε αντίθετη της κατεύθυνσης της κίνησης του σώματος πάνω στο οποίο δρα.

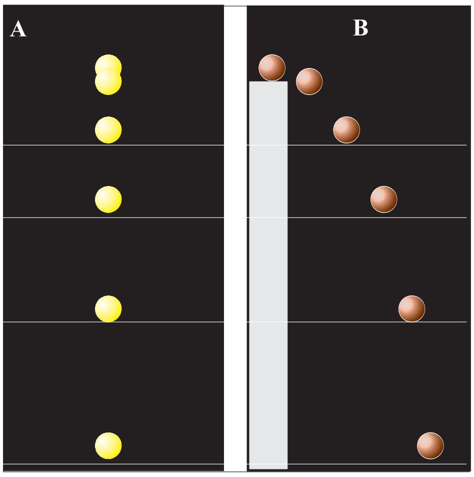
Συζητήστε το θέμα αυτό στην ομάδα σας και γράψτε την άποψή σας. (Στη συζήτησή σας να αναφερθείτε και στην περίπτωση της κίνησης ενός αυτοκινήτου ή ανθρώπου).

Συντελεστές τριβής ολίσθησης (προσεγγιστικές τιμές)

Υλικό	
Χάλυβας- Χάλυβας	0,57
Αλουμίνιο - Χάλυβας	0,47
Χαλκός - Χάλυβας	0,36
Ορείχαλκος - Χάλυβας	0,44
Ψευδάργυρος - Χυτοσίδηρος	0,21
Χαλκός - Χυτοσίδηρος	0,29
Γυαλί - Γυαλί	0,40
Χαλκός - Γυαλί	0,53
Τεφλόν - Τεφλόν	0,04
Τεφλόν - Χάλυβας	0,04
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (ξηρό)	0,8
Καουτσούκ - Σκυρόδεμα (υγρό)	0,25

1.3.8 Οριζόντια βολή

Χρησιμοποιώντας τη διάταξη μελέτης των κινήσεων την οποία περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8, μπορούμε να μελετήσουμε την οριζόντια βολή. Από ένα ύψος αφήνουμε να πέσει ελεύθερα το αντικείμενο Α ξεκινώντας από την ηρεμία. Από το ίδιο ύψος ένα άλλο αντικείμενο Β αρχίζει να κινείται συγχρόνως με το αντικείμενο Α, αλλά τη στιγμή της εκκίνησης του δίνεται μια ώθηση προς τα δεξιά που προσδίδει στο σώμα οριζόντια ταχύτητα.

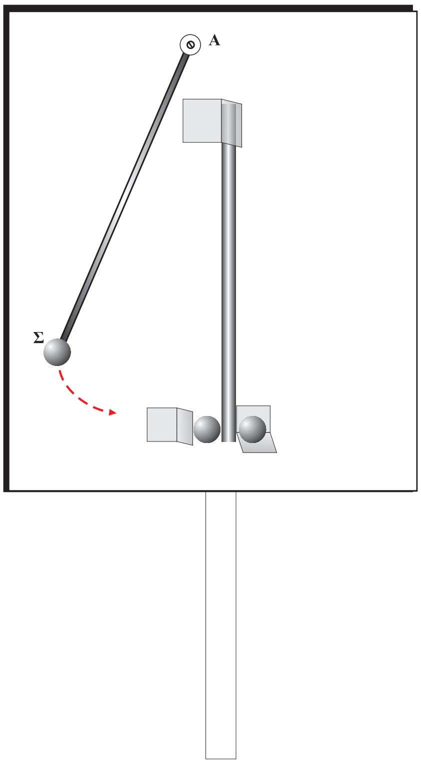


Εικόνα 1.3.19

Τα αντικείμενα φωτογραφίζονται κατά τη διάρκεια της πτώσης με τον τρόπο που περιγράψαμε στην παράγραφο 1.2.8 . Οι φωτογραφίες της κίνησης φαίνονται στην εικόνα 1.3.19. Τι παρατηρείτε για την κίνηση του αντικειμένου Β σε σχέση με την κίνηση του Α;

Από την εικόνα φαίνεται ότι τις ίδιες χρονικές στιγμές βρίσκονται στο ίδιο ύψος, δηλαδή έχουν διανύσει την ίδια κατακόρυφη απόσταση.

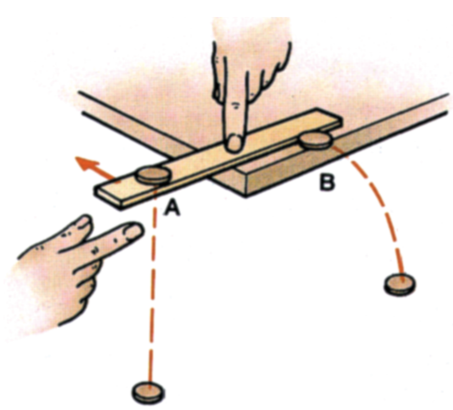
Το αντικείμενο Β ενώ πέφτει ταυτόχρονα μετατοπίζεται και οριζόντια. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε για την κίνηση του αντικειμένου Β; Από τη φωτογραφία φαίνεται ότι το αντικείμενο Β διανύει ίσα οριζόντια διαστήματα σε ίσους χρόνους. Η κίνηση που κάνει το αντικείμενο Β λέγεται **οριζόντια βολή**.



Δραστηριότητα 1

Σύγχρονες κινήσεις - Ανεξαρτησία κινήσεων.

1. Στερεώστε τη συσκευή συγχρόνων κινήσεων επάνω σε οριζόντια ράβδο, η οποία στηρίζεται επάνω σε ορθοστάτη.
2. Υψώστε τη μεταλλική σφαίρα Σ, ώστε το στέλεχος ΣΑ (το οποίο μπορεί να στρέφεται γύρω από το άλλο άκρο του Α) να γίνει περίπου οριζόντιο. Αφήστε ελεύθερη τη σφαίρα Σ.
3. Μετά τη σύγκρουση τι κίνηση θα κάνει καθεμία από τις δύο μεταλλικές σφαίρες που συγκρατούνται από τα ελάσματα; Ακούγεται ένας χτύπος; Δηλαδή φθάνουν ταυτόχρονα στο δάπεδο;
4. Η κίνηση της σφαίρας που εκτινάσσεται οριζόντια είναι απλή ή συνδυασμός άλλων κινήσεων; Αν ισχύει το δεύτερο, προσδιορίστε τις επιμέρους απλές κινήσεις από τις οποίες συντίθεται.



Δραστηριότητα 2

Κατακόρυφη και οριζόντια κίνηση.

1. Τοποθέτησε ένα πλαστικό χάρακα και δύο πανομοιότυπα νομίσματα όπως φαίνεται στην εικόνα.
2. Πίεσε το χάρακα στο μέσο του με το δείκτη του ενός χεριού και χτύπησε απότομα την άκρη του χάρακα με το δείκτη του άλλου. Με τον τρόπο αυτό, το νόμισμα Α ελευθερώνεται και πέφτει κατακόρυφα, ενώ το Β εκτινάσσεται οριζόντια με κάποια αρχική ταχύτητα.
3. Άκουσε τα νομίσματα καθώς χτυπούν στο δάπεδο.

i) Αν δεν υπήρχε η δύναμη της βαρύτητας τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β μετά το χτύπημα από τον χάρακα; Αν δεν υπήρχε η αρχική οριζόντια ταχύτητα από το χτύπημα του χάρακα, τι κίνηση θα έκανε το νόμισμα Β, όταν θα αφηνόταν ελεύθερο από το ίδιο ύψος; Δικαιολόγησε τις απαντήσεις σου.

ii) Η κίνηση του νομίσματος Β είναι απλή ή συνδυασμός άλλων απλών κινήσεων; Αν συμβαίνει το δεύτερο, τότε ποιες είναι αυτές;

iii) Τα δύο νομίσματα αρχίζουν τις κινήσεις τους συγχρόνως. Μήπως επίσης φθάνουν συγχρόνως στο δάπεδο; Αν ναι, τότε τι συμπεραίνεις για τις (κατακόρυφες) επιταχύνσεις τους;

4. Η οριζόντια κίνηση του νομίσματος Β επηρεάζει την άλλη επιμέρους κίνησή του (την πτώση του κατά την κατακόρυφη διεύθυνση); Είναι ανεξάρτητη η μία κίνηση από την άλλη; Μπορούμε επομένως, όταν ασχολούμαστε με μία σύνθετη κίνηση σώματος, να μελετούμε ξεχωριστά τις επιμέρους απλές κινήσεις που τη συνθέτουν;

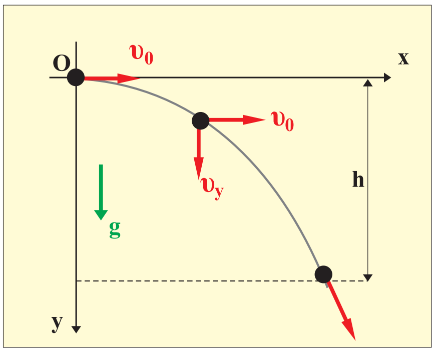
Συνοψίζοντας, μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι **η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση** που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μία *κατακόρυφη* που είναι ελεύθερη πτώση και μία *οριζόντια* που είναι ευθύγραμμη ομαλή.
Οι δύο κινήσεις εξελίσσονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζεται από την ταχύτητα του αντικειμένου Β.
Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε **την αρχή ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας) των κινήσεων**, που διατυπώνεται ως εξής:

"Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t κάθε μία".

Για τον υπολογισμό της ταχύτητας και της μετατόπισης, μετά από χρόνο t, γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων ή των μετατοπίσεων αντίστοιχα, που θα είχε το κινητό, αν εκτελούσε κάθε μία κίνηση ανεξάρτητα και επί χρόνο t.
Δηλαδή:

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 \quad \text{και} \quad \vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 \qquad (1.3.7)$$

Ας επανέλθουμε στο αρχικό παράδειγμα για να μελε-



Εικόνα 1.3.20

τήσουμε την κίνηση του αντικειμένου Β. Έστω h ότι είναι το ύψος από το οποίο βάλλεται οριζόντια με ταχύτητα υ_0, το αντικείμενο Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων σε σύστημα αξόνων Ox και Oy, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.3.20.

Άξονας Ox: Η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα υ_0 και οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση **(x)** είναι:

$$\upsilon_x = \upsilon_0$$

$$x = \upsilon_0 \, t$$

Άξονας Oy: Η κίνηση είναι ελεύθερη πτώση που είναι κίνηση ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη χωρίς αρχική ταχύτητα με επιτάχυνση $\vec{g}$.

Οι εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση κατά τη διεύθυνση **(y)** είναι:

$$\upsilon_y = g\,t$$

$$y = \frac{1}{2} g\, t^2$$

Κάθε στιγμή η ταχύτητα του σώματος είναι: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_x + \vec{\upsilon}_y$.

Ο χρόνος κίνησης του σώματος βρίσκεται από την τελευταία σχέση, αν αντικαταστήσουμε όπου y = h.

Δηλαδή $\quad h = \frac{1}{2} g\, t^2 \quad$ ή $\quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Στο χρόνο αυτό το σώμα διάνυσε οριζόντια απόσταση ίση με:

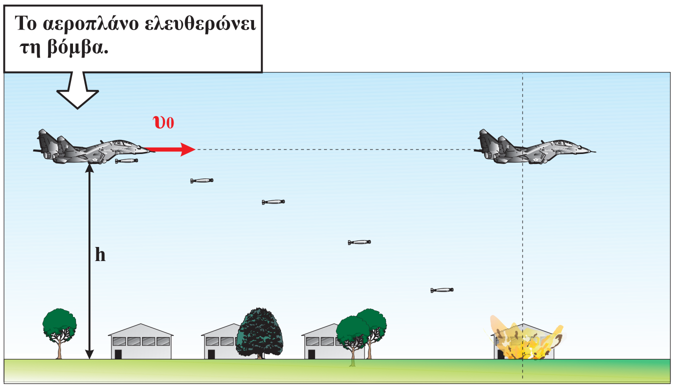
$$x = \upsilon_0 \, t \qquad (1.3.8)$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δυο κινήσεις εκτελούνται από το σώμα Β, ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε ταυτόχρονα είτε διαδοχικά. Κάθε μια κίνηση διαρκεί χρόνο.

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1.3.9)$$

Παράδειγμα

Ας θεωρήσουμε ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο που κινείται σε ύψος h από το έδαφος με ταχύτητα υ_0. Η βόμβα βρίσκεται στο αεροπλάνο άρα τη στιγμή που αφήνεται να πέσει έχει την ίδια ταχύτητα με το αεροπλάνο. Ποιους παράγοντες πρέπει να λάβει υπόψη ο πιλότος ώστε η βόμβα να χτυπήσει το στόχο; Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει αντίσταση του αέρα.



Είναι προφανές ότι, οι παράγοντες που θα παίξουν καθοριστικό ρόλο, είναι το ύψος στο οποίο το αεροπλάνο πετά, η ταχύτητά του και η οριζόντια απόστασή του από το στόχο τη στιγμή που απελευθερώνει τη βόμβα.

Η κίνηση της βόμβας στον κατακόρυφο άξονα είναι ελεύθερη πτώση ($\upsilon=\upsilon_0$) και άρα ισχύει:

$$h = \frac{1}{2} g \ t^2$$

Στην εξίσωση αυτή ο μόνος άγνωστος είναι ο χρόνος κατά τον οποίο κινείται η βόμβα. Επομένως μπορεί να προσδιοριστεί. Επιπλέον η βόμβα κινείται οριζόντια με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή επί χρόνο t, όσο δηλαδή διαρκεί η ελεύθερη πτώση της.

Το οριζόντιο διάστημα που θα διανύσει η βόμβα, προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$s = \upsilon_0 \ t$$

όπου υ_0 είναι η οριζόντια ταχύτητα της βόμβας, που είναι ίση με την ταχύτητα του αεροπλάνου τη στιγμή που αυτή απελευθερώνεται.

Συνεπώς, για να συναντήσει η βόμβα το στόχο, το αεροπλάνο πρέπει να την απελευθερώσει, όταν απέχει απ' αυτόν οριζόντια απόσταση $s = \upsilon_0 \ t$.

Τη χρονική στιγμή που η βόμβα βρίσκει το στόχο το αεροπλάνο βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη (αεροπλάνο και βόμβα έχουν ίδια οριζόντια ταχύτητα άρα μετατοπίζονται το ίδιο στην οριζόντια διεύθυνση στον ίδιο χρόνο).

1.3.9 Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα σε διανυσματική και σε αλγεβρική μορφή

Στην παράγραφο 1.2.4 του προηγούμενου κεφαλαίου μελετήσαμε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής $\vec{F} = m \ \vec{a}$ και καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι το αίτιο της επιτάχυνσης είναι η δύναμη. Στη σχέση που περιγράφει το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής, $\vec{F}$ είναι η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα (μπορούμε να γράφουμε και $\Sigma\vec{F}$). Έτσι, για να υπολογιστεί η επιτάχυνση που αποκτά ένα σώμα πρέπει πρώτα να συνθέσουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό.

Αν το σώμα δέχεται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις η σχέση $\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

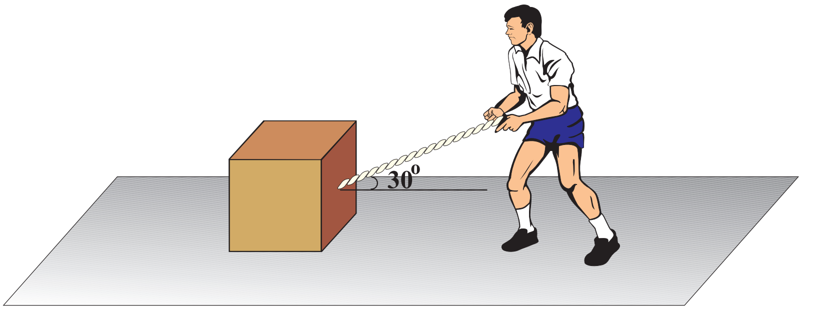
$$\begin{cases} \Sigma F_x = m\,\alpha_x \\ \Sigma F_y = m\,\alpha_y \end{cases} \qquad (1.3.10)$$

όπου ΣF_x, ΣF_y, α_x και α_y είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων αντίστοιχα.

Παράδειγμα

Σώμα μάζας m = 10kg αρχίζει να ολισθαίνει πάνω σε οριζόντιο επίπεδο όταν επιδράσει πάνω του δύναμη μέτρου F = 80N που σχηματίζει γωνία θ = 30° με το οριζόντιο επίπεδο. Να υπολογίσετε:

α) Το μέτρο της τριβής ολίσθησης.



β) Την επιτάχυνση που αποκτά το σώμα.

γ) Το διάστημα που διανύει το σώμα μετά από χρόνο t=4s από τη στιγμή που εφαρμόζεται η δύναμη.

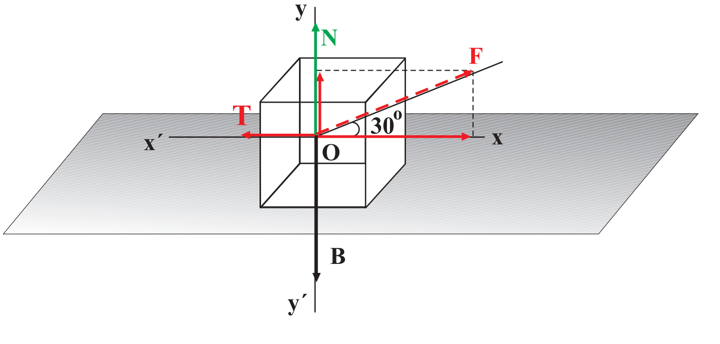
Δίνονται: $g=10m/s^2$, μ=0,25.

Απάντηση

α) i) Βρίσκουμε πρώτα τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα, οι οποίες είναι: το βάρος του Β, η δύναμη F, η κάθετη δύναμη Ν από το οριζόντιο επίπεδο και η τριβή Τ.

ii) Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση Ο.

Αναλύουμε τις δυνάμεις σε δύο συνιστώσες στους άξονες Οx και Οy.



iii) Στον οριζόντιο άξονα Οx ασκούνται δύο δυνάμεις, η τριβή Τ και η συνιστώσα F_x της δύναμης F. Είναι:

$$T=\mu N \qquad (1)$$

$$\text{και} \quad F_x = F\text{συν}30^\circ \qquad (2)$$

Στον κατακόρυφο άξονα Oy ασκούνται τρεις δυνάμεις, το βάρος Β, η δύναμη Ν και η συνιστώσα F_y της δύναμης F. Επειδή κατά τη διεύθυνση του άξονα Oy δεν υπάρχει κίνηση, η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τη διεύθυνση αυτή θα είναι μηδέν και θα ισχύει:

$$N + F\text{ημ}30^\circ - B = 0$$

$$\text{ή} \quad N = B - F\text{ημ}30^\circ \qquad (3)$$

Από τις σχέσεις (1) και (3) υπολογίζεται η τιμή της τριβής Τ, αν αντικαταστήσουμε την τιμή της δύναμης Ν από τη σχέση (3) στη σχέση (1), και θέσουμε B=m g.

$$T = \mu\,(m\,g - F\text{ημ}30^\circ)$$

Οι τιμές των μεγεθών στο δεύτερο μέλος είναι γνωστές, άρα με αντικατάσταση προκύπτει:

$$T = 15N$$

β) Το σώμα κινείται κατά την οριζόντια διεύθυνση με φορά προς τα δεξιά. Η συνισταμένη των δυνάμεων κατά τον άξονα αυτόν θα ισούται με mα, δηλαδή:

$$F_x - T = m\,\alpha$$

Η τελευταία σχέση λόγω της σχέσης (2) γράφεται:

$$F\text{συν}30^\circ - T = m\,\alpha$$

Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται η επιτάχυνση α.

$$\alpha = \frac{F\text{συν}30^\circ - T}{m}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει η τιμή της επιτάχυνσης:

$$\alpha = 5{,}4 m/s^2$$

γ) Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και το διάστημα που διανύει σε χρόνο t δίνεται από τη σχέση:

$$s = \frac{1}{2}\alpha t^2$$

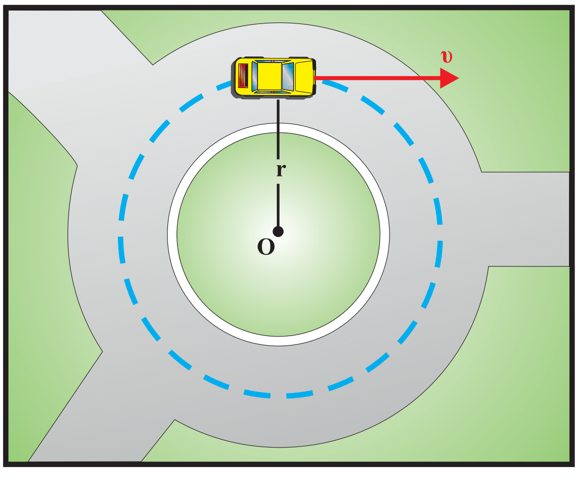
Με αντικατάσταση των τιμών μεγεθών α και t υπολογίζουμε το διάστημα:

$$s = 43{,}4m.$$

1.3.10 Ομαλή κυκλική κίνηση

Ένα κινητό κάνει κυκλική κίνηση όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου (Εικ. 1.3.21). Η πιο απλή από τις κυκλικές κινήσεις είναι η **ομαλή κυκλική** (Εικ. 1.3.22).

Εικόνα 1.3.21
Η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με σταθερή περίοδο. Αν τοποθετήσουμε στο Βόρειο Πόλο μία φωτογραφική μηχανή, αυτή στη διάρκεια της νύχτας θα φωτογραφίσει τις τροχιές των άστρων. Όπως φαίνεται στη φωτογραφία, τα άστρα φαίνεται να κάνουν κυκλική κίνηση.



Εικόνα 1.3.22
Το αυτοκίνητο κινείται στην κυκλική πλατεία με σταθερή ταχύτητα.

Ομαλή χαρακτηρίζεται η κυκλική κίνηση ενός κινητού, όταν η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή.

Ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μια περιφορά, λέγεται **περίοδος** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **T**.

Ο αριθμός των περιφορών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται **συχνότητα** της κυκλικής κίνησης και συμβολίζεται με **f**.

Από τον ορισμό της συχνότητας προκύπτει ότι η περίοδος και η συχνότητα συνδέονται με τη σχέση:

$$f = \frac{1}{T} \qquad (1.3.11)$$

Μονάδα της συχνότητας είναι ο κύκλος ανά δευτερόλεπτο (c/s) που λέγεται **1Hz** (Χερτζ) προς τιμή του φυσικού Hertz που θεωρείται ένας από τους πρωτοπόρους στη μελέτη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

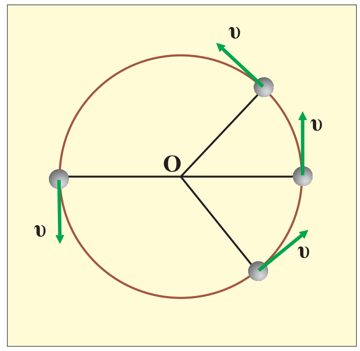
Πολλαπλάσια της μονάδας αυτής είναι: $1kHz = 10^3Hz$, $1MHz = 10^6Hz$, $1GHz = 10^9Hz$.

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι γνωστή σε όλους μας. Τέτοια κίνηση κάνει το άκρο του λεπτοδείκτη του ρολογιού, ένα σημείο του περιστρεφόμενου δίσκου στο πικάπ κ.τ.λ.

Η ομαλή κυκλική κίνηση εντάσσεται σε μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων που λέγονται **περιοδικές**. Μια τέτοια κίνηση έχει το χαρακτηριστικό ότι επαναλαμβάνεται η ίδια στον ίδιο πάντα χρόνο που λέγεται περίοδος **(Τ)**.

Γραμμική ταχύτητα

Σύμφωνα με τον ορισμό της ομαλής κυκλικής κίνησης η τιμή της ταχύτητάς του κινητού παραμένει σταθερή, ενώ η κατεύθυνση της μεταβάλλεται συνεχώς, επειδή κάθε στιγμή είναι εφαπτόμενη στην τροχιά (Εικ. 1.3.23). Άρα τα διανυόμενα τόξα είναι ανάλογα των χρόνων στους οποίους διανύονται. Μπορούμε συνεπώς να γράψουμε:



Εικόνα 1.3.23

$$s = \upsilon\, t$$

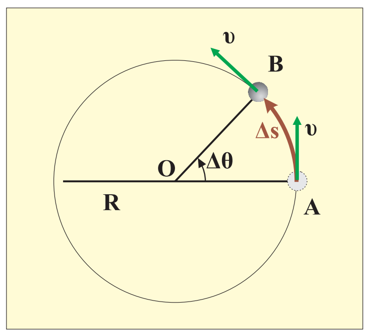
Επομένως το μέτρο της ταχύτητάς του, που ονομάζεται **γραμμική ταχύτητα** θα είναι:

$$\upsilon = \frac{s}{t}$$

Αν στον τελευταίο τύπο θέσουμε t = T, τότε το τόξο που θα διανύσει το κινητό θα έχει μήκος s = 2π R (το μήκος της περιφέρειας της κυκλικής τροχιάς), οπότε:

$$\boxed{\upsilon = \frac{2\pi R}{T}} \qquad (1.3.12)$$

Ας υποθέσουμε ότι τη χρονική στιγμή t = 0 το κινητό βρίσκεται στη θέση Α και μέτα από χρόνο t, κινούμενο κατά τη φορά που φαίνεται στην εικόνα 1.3.24, με γραμμική ταχύτητα υ, βρίσκεται στη θέση Β, έχοντας διανύσει το τόξο Δs. Η θέση του κινητού πάνω στην τροχιά του μπορεί να προσδιορισθεί, κάθε στιγμή, με δύο τρόπους (Εικ. 1.3.24):

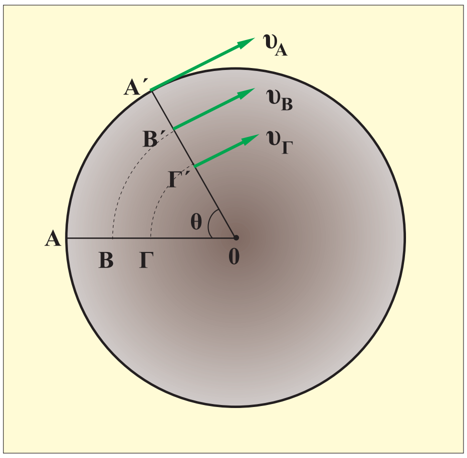


Εικόνα 1.3.24

1) Με τη μέτρηση του μήκους του τόξου ΑΒ (Δs = υ Δt).
2) Με τη μέτρηση της γωνίας $A\hat{O}B$ ($A\hat{O}B = \Delta\theta$) την οποία διαγράφει μια ακτίνα, που θεωρούμε ότι συνδέει κάθε στιγμή το κινητό με το κέντρο της τροχιάς του (επιβατική ακτίνα). Έτσι όταν το κινητό θα έχει “διανύσει” τόξο μήκους Δs η επιβατική ακτίνα θα έχει “διαγράψει” επίκεντρη γωνία Δθ.

Γωνιακή ταχύτητα

Ας θεωρήσουμε το σχήμα της εικόνας (Εικ. 1.3.25) όπου φαίνεται ένας δίσκος που περιστρέφεται και τα σημεία του κάνουν ομαλή κυκλική κίνηση. Έστω τρία σημεία Α, Β και



Εικόνα 1.3.25

Γ του δίσκου που βρίσκονται πάνω στην ίδια ακτίνα. Σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, τα τρία σημεία βρίσκονται στις θέσεις Α΄, Β΄ και Γ΄ αντίστοιχα και έχουν διαγράψει την ίδια γωνία θ. Ωστόσο τα μήκη των αντίστοιχων τόξων AA', BB', $\Gamma\Gamma'$ είναι διαφορετικά μεταξύ τους, γεγονός που σημαίνει ότι οι γραμμικές ταχύτητες των σημείων Α, Β, Γ, διαφέρουν (Εικ. 1.3.25).

Στην ομαλή κυκλική κίνηση λοιπόν, εκτός από την ταχύτητα (γραμμική) που δίνει το ρυθμό με τον οποίο διανύει το κινητό διαστήματα, χρειαζόμαστε και ένα άλλο μέγεθος που να δείχνει με τι ρυθμό η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες. Γι' αυτό ορίζουμε ένα νέο φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** και συμβολίζεται με **ω**.

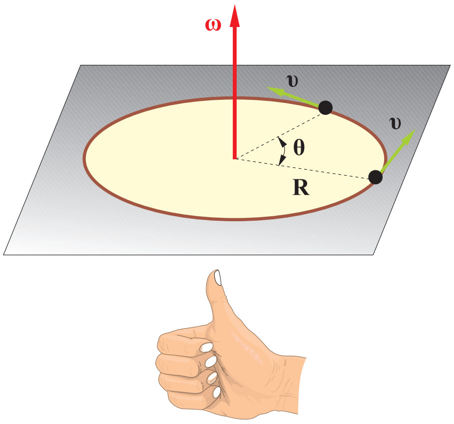
Γωνιακή ταχύτητα στην ομαλή κυκλική κίνηση ενός κινητού, ονομάζουμε ένα διανυσματικό μέγεθος του οποίου:

- Η τιμή είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας θ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t διά του αντίστοιχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή (Εικ. 1.3.26):

$$\omega = \frac{\theta}{t} \qquad (1.3.13)$$

- Η διεύθυνση είναι κάθετη στο επίπεδο της τροχιάς.

- Η φορά καθορίζεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού όπως στην εικόνα. Το διάνυσμα $\vec{\omega}$ έχει τη φορά, του αντίχειρα του δεξιού χεριού όταν η φορά περιστροφής του κινητού συμπίπτει με τη φορά των υπόλοιπων δακτύλων.



Εικόνα 1.3.26

Στην ομαλή κυκλική κίνηση σε χρόνο μιας περιόδου Τ η επιβατική ακτίνα θα έχει διαγράψει γωνία 2π rad.
Άρα η σχέση (1.3.13) γράφεται:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (1.3.14)$$

Επειδή $\frac{1}{T} = f$ η σχέση (1.3.14) γράφεται: $\omega = 2\pi f$.

Μονάδα γωνιακής ταχύτητας

Ως μονάδα γωνιακής ταχύτητας, σύμφωνα με τη σχέση (1.3.13), χρησιμοποιούμε το ακτίνιο ανά δευτερόλεπτο (**1rad/s**).

Σχέση μεταξύ της γραμμικής και της γωνιακής ταχύτητας

Για να βρούμε τη σχέση που συνδέει τη γραμμική με τη γωνιακή ταχύτητα αντικαθιστούμε στη σχέση (1.3.12) το πηλίκο $2\pi/T$ με το ω, οπότε προκύπτει:

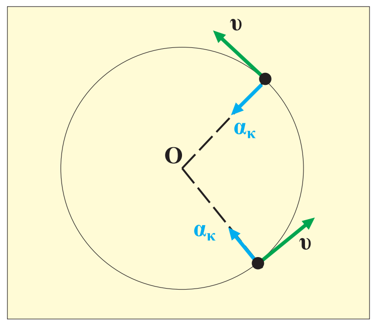
$$\upsilon = \omega R \qquad (1.3.15)$$

Η σχέση αυτή συνδέει τη γραμμική ταχύτητα με τη γωνιακή και με την ακτίνα της τροχιάς. Φαίνεται απ' αυτήν πως όλα τα σημεία ενός περιστρεφόμενου δίσκου (Εικ. 1.3.25), ενώ έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα (ω), έχουν γραμμικές ταχύτητες (υ) η τιμή των οποίων είναι ανάλογη με την απόσταση τους από τον άξονα (κέντρο) περιστροφής.

Κεντρομόλος επιτάχυνση

Στην ομαλή κυκλική κίνηση η τιμή της ταχύτητας είναι σταθερή, όμως η διεύθυνση και η φορά αλλάζουν συνεχώς. Άρα το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει με απότελεσμα να εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς (Εικ. 1.3.27) και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση α_κ**.
Αποδεικνύεται ότι το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} \qquad (1.3.16)$$



Εικόνα 1.3.27

Δραστηριότητα

Ξεκινώντας από τη σχέση (1.3.16) και χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (1.3.11), (1.3.14) και (1.3.15), να εκφράσετε την κεντρομόλο επιτάχυνση και με άλλες σχέσεις.

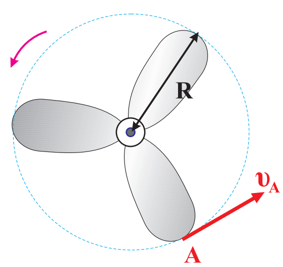
Παράδειγμα

Το άκρο (Α) του πτερυγίου ενός ανεμιστήρα στρέφεται με γραμμική ταχύτητα, 15m/s και η ακτίνα του έχει μήκος 60cm.

- Να υπολογιστούν: η περίοδος, η συχνότητα και η γωνιακή ταχύτητα.
- Να υπολογισθεί επίσης ποιο μήκος τόξου s θα έχει διανυθεί σε χρόνο ενός εκατοστού του δευτερολέπτου.

Απάντηση:

Από τη σχέση $\upsilon = \dfrac{2\pi R}{T}$ επιλύοντας ως προς την περίοδο Τ βρίσκουμε:



$$T=\frac{2\pi}{\upsilon}R \quad \text{ή} \quad T = 0{,}25s$$

Η σχέση μεταξύ συχνότητας και περιόδου είναι:

$$f=\frac{1}{T}\cdot$$

Αντικαθιστώντας την περίοδο T με την τιμή της, βρίσκουμε την τιμή της συχνότητας.

$$f = \frac{1}{0{,}25s} \quad \text{ή} \quad f = 4Hz$$

Η γωνιακή ταχύτητα υπολογίζεται από τη σχέση: $\omega = 2\pi f$ από την οποία με αντικατάσταση έχουμε:

$$\omega = 6{,}28 \cdot 4rad/s \quad \text{ή} \quad \omega = 25{,}12rad/s.$$

Το μήκος του τόξου που θα διανυθεί σε χρόνο $t=0{,}01s$ θα υπολογιστεί από τη σχέση: $s = \upsilon\, t$.

Με αντικατάσταση έχουμε: $s = 15 \cdot 0{,}01m$ ή $s = 0{,}15m$.

1.3.11 Κεντρομόλος δύναμη

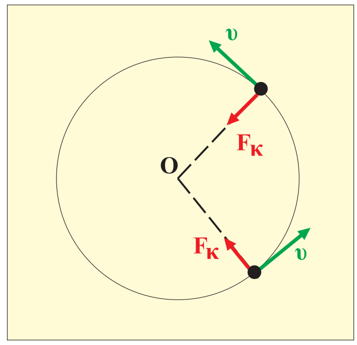
Οι κυκλικές και γενικά οι καμπυλόγραμμες κινήσεις είναι μια μεγάλη κατηγορία κινήσεων. Έχετε αναρωτηθεί ποιο είναι το αίτιό τους; Ποια είναι παραδείγματος χάρη η αιτία που κρατά σε τροχιά ένα τεχνητό δορυφόρο γύρω από την Γη; (Εικ. 1.3.28). Για ποιο λόγο η Τροχαία βάζει όριο ταχύτητας στις στροφές; Αυτά είναι μερικά από τα ερωτήματα στα οποία θα προσπαθήσουμε να δώσουμε απάντηση στην παράγραφο αυτή.

Εικόνα 1.3.28

Οι δύο πρώτοι νόμοι του Νεύτωνα τους οποίους μελετήσαμε, μας επιτρέπουν να περιγράψουμε την κίνηση που κάνει ένα σώμα όταν γνωρίζουμε τη συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό, την αρχική θέση του καθώς και την αρχική του ταχύτητα. Έτσι αν σε ένα σώμα δεν ασκούνται δυνάμεις, ή αν ασκούνται και έχουν συνισταμένη μηδέν, τότε σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα αυτό θα ηρεμεί ή θα κινείται με κίνηση ευθύγραμμη ομαλή.

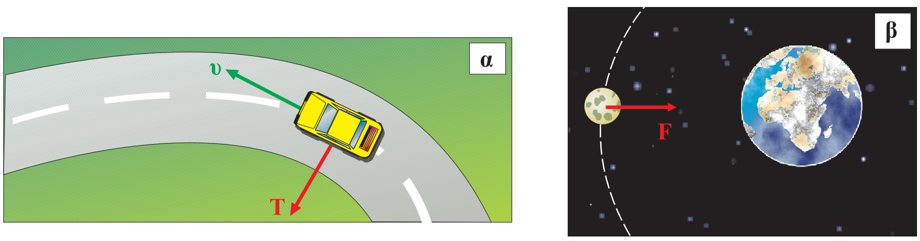
Αν η συνισταμένη $\vec{F}$ των δυνάμεων που ασκούνται σε ένα σώμα δεν είναι μηδέν, τότε σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα αυτό έχει επιτάχυνση $\vec{\alpha}$ ομόρροπη της δύναμης, που προσδιορίζεται από τη σχέση $\vec{F} = m\vec{\alpha}$, όπου m είναι η μάζα του σώματος.

Ας θεωρήσουμε την περίπτωση που ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερής τιμής. Επειδή η κατεύθυνση της ταχύτητας συνεχώς μεταβάλλεται, άρα υπάρχει επιτάχυνση (κεντρομόλος) και σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στο σώμα ασκείται δύναμη. Η δύναμη αυτή έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται **κεντρομόλος δύναμη** (Εικ. 1.3.29).



Εικόνα 1.3.29

Η κεντρομόλος δύναμη είναι γενικά η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα κατά τη διεύθυνση της ακτίνας της κυκλικής τροχιάς με φορά προς το κέντρο του κύκλου. Δεν πρόκειται για μια ακόμα δύναμη πάνω στο σώμα. Λέμε συνήθως ότι η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά τη διεύθυνση της ακτίνας) *παίζει ρόλο κεντρομόλου δύναμης*.



Εικόνα 1.3.30

Την έννοια της κεντρομόλου δύναμης συναντάμε σε κάθε φαινόμενο που υπάρχει κυκλική κίνηση. Παραδείγματος χάρη, όταν ένα αυτοκίνητο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ένα επίπεδο δρόμο, η κεντρομόλος δύναμη είναι η δύναμη τριβής (Εικ. 1.3.30α). Η Σελήνη περιφέρεται γύρω από τη Γη λόγω της ελκτικής δύναμης που δέχεται από αυτή. Η δύναμη αυτή παίζει τότε το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (Εικ. 1.3.30β). Τα ηλεκτρόνια περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα του ατόμου λόγω της ηλεκτρικής δύναμης Coulomb, που παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

Γενικά κάθε δύναμη που αναγκάζει ένα σώμα να εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει την ίδια κατεύθυνση με την κεντρομόλο δύναμη. Όπως είδαμε, η τιμή της κεντρομόλου επιτάχυνσης δίνεται από τη σχέση:

$$\alpha_{\kappa} = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ είναι το μέτρο της ταχύτητας και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς. Έτσι η τιμή της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad (1.3.17)$$

Δραστηριότητα

Αντικαταστήστε στη σχέση (1.3.17), τις σχέσεις:

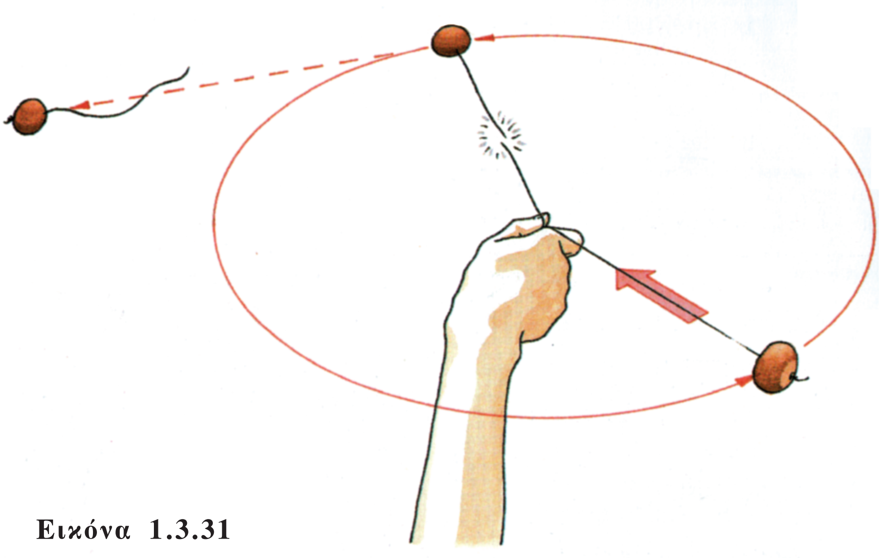
$$\upsilon = \omega R \text{ και } \omega = 2\pi f$$

$$\text{ή } \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Σε ποιες σχέσεις για την τιμή της κεντρομόλου δύναμης καταλήξατε;

1.3.12 Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

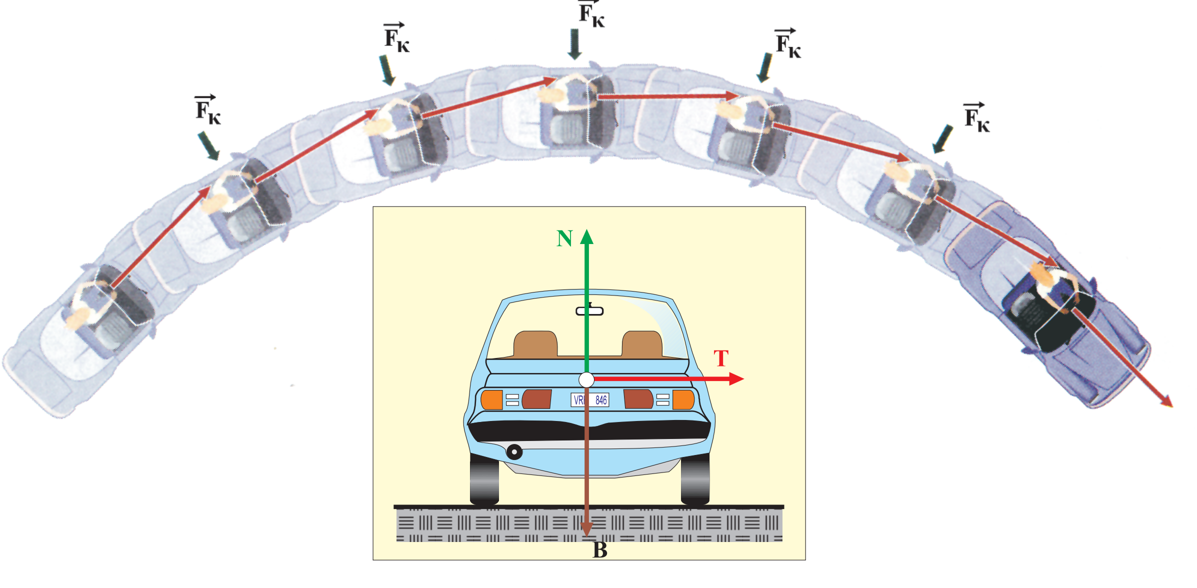
Α) Αν στο άκρο ενός νήματος (Εικ. 1.3.31) προσδέσουμε μια μικρή σφαίρα και τη θέσουμε με το χέρι μας σε ομαλή κυκλική κίνηση πάνω σε οριζόντιο επίπεδο, τότε η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει τη σφαίρα να κινηθεί σε κυκλική τροχιά είναι η τάση του νήματος. Αν η σφαίρα περιφέρεται με ολοένα αυξανόμενη ταχύτητα, τότε σύμφωνα με τη σχέση (1.3.17) απαιτείται μεγαλύτερη δύναμη, για να τη συγκρατήσει σε κυκλική τροχιά. Αν η δύναμη αυτή υπερβεί την τάση θραύσης του νήματος, τότε αυτό κόβεται και η σφαίρα κινείται ευθύγραμμα κατά την εφαπτομένη της τροχιάς στη θέση που κόπηκε το νήμα.



Εικόνα 1.3.31

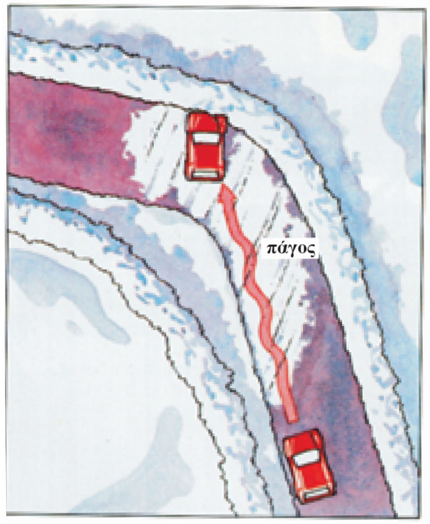
Β) Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται σε κυκλική οριζόντια τροχιά κάνοντας ομαλή κυκλική κίνηση (Εικ. 1.3.32), η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν επάνω του πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Δηλαδή να είναι κεντρομόλος.

Στο αυτοκίνητο ενεργούν οι εξής δυνάμεις (Εικ. 1.3.32):



Εικόνα 1.3.32

Το βάρος του $\vec{B}$, η κάθετη δύναμη $\vec{N}$ του εδάφους και η τριβή $\vec{T}$ (Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται).



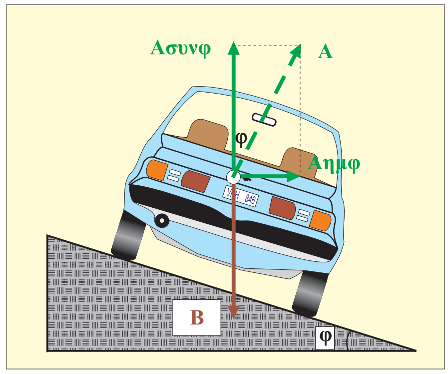
Οι δύο πρώτες δυνάμεις έχουν συνισταμένη μηδέν. Άρα η τριβή (στατική) που ασκείται από το έδαφος στους τροχούς πρέπει να έχει φορά προς το κέντρο της τροχιάς και να είναι οριζόντια, γιατί το αυτοκίνητο κινείται σε οριζόντιο επίπεδο.

Είναι φανερό ότι όσο μεγαλύτερη είναι η ταχύτητα του αυτοκινήτου τόσο μεγαλύτερη κεντρομόλος δύναμη απαιτείται για να περάσει με ασφάλεια τη στροφή. Αν λοιπόν είναι φθαρμένα τα λάστιχα ή είναι βρεγμένος ο δρόμος, η τριβή που αναπτύσσεται δεν είναι μεγάλη και δεν μπορεί να παίξει τον αναγκαίο ρόλο της κεντρομόλου με αποτέλεσμα το αυτοκίνητο να εκτραπεί.

Γ) Θεωρούμε ένα αυτοκίνητο, όπως στην εικόνα 1.3.33, που παίρνει στροφή πάνω σε κεκλιμένο ως προς το οριζόντιο επίπεδο δρόμο, όπως παραδείγματος χάρη σ' ένα αυτοκινητόδρομο μεγάλης ταχύτητας.

Τίθεται το ερώτημα: πώς θα υπολογίσουμε την κλίση του δρόμου, ώστε να αναπτύσσεται η απαιτητή κεντρομόλος δύναμη για την ασφαλή διέλευση των οχημάτων;

Αν, για ευκολία στους υπολογισμούς, θεωρήσουμε αμελητέα την τριβή, στο όχημα ασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος του Β και η κάθετη δύναμη (Α) από το οδόστρωμα.



Εικόνα 1.3.33

Από το σχήμα προκύπτει:

$$A\sigma\upsilon\nu\varphi - B = 0 \quad \text{ή} \quad A\sigma\upsilon\nu\varphi = B \qquad (1),$$

γιατί στον κατακόρυφο άξονα δεν υπάρχει κίνηση.

Η οριζόντια δύναμη Αημφ αναγκάζει το όχημα να κινηθεί κυκλικά στη στροφή, δηλαδή είναι η απαραίτητη κεντρομόλος δύναμη.

Άρα μπορούμε να γράψουμε: $A\eta\mu\varphi = \dfrac{m\upsilon^2}{R}$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) αν τις διαιρέσουμε κατά μέλη, προκύπτει:

$$\frac{A\eta\mu\varphi}{A\sigma\upsilon\nu\varphi} = \frac{\frac{m\upsilon^2}{R}}{mg} \quad \text{ή} \quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon^2}{Rg}$$

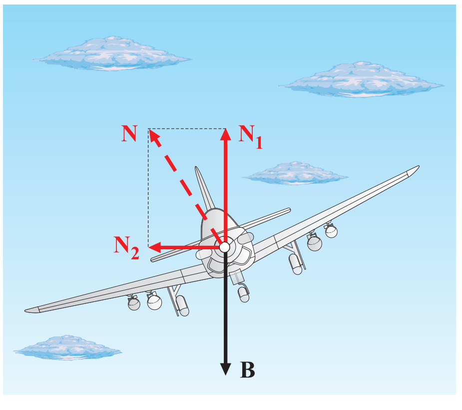
Από την τελευταία σχέση φαίνεται ότι για δοσμένη ακτίνα στροφής και ορισμένη κλίση του οδοστρώματος, η διέλευση είναι ασφαλής μόνο για ορισμένη τιμή της ταχύτητας. Αν ένα όχημα δοκιμάσει να περάσει από τη στροφή αυτή, με μεγαλύτερη ταχύτητα από την ορισμένη, τότε θα ξεφύγει

Το αυτοκίνητο κινείται στους δύο τροχούς, έχοντας εξασφαλίσει την απαραίτητη κεντρομόλο δύναμη.

από το δρόμο, γιατί η κεντρομόλος δύναμη που απαιτείται είναι μεγαλύτερη της συνιστώσας Αημφ.

Σε ειδικούς δρόμους που γίνονται αγώνες αυτοκινήτων η κλίση του δρόμου αυξάνει προοδευτικά. Έτσι ο οδηγός μπορεί να διαλέξει το μέρος του δρόμου από το οποίο θα περάσει ανάλογα με την ταχύτητα του αυτοκινήτου του.

Οι γραμμές του τρένου στις στροφές έχουν την εξωτερική σιδηροτροχιά υπερυψωμένη ώστε η αντίδραση να δίνει οριζόντια συνιστώσα προς το μέσα μέρος της στροφής, η οποία αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη.



Εικόνα 1.3.34

Δ) Όταν ένα αεροπλάνο πετάει σε οριζόντιο επίπεδο η ανυψωτική δύναμη N αντισταθμίζει το βάρος του B. Για να κάνει στροφή με την βοήθεια ειδικών πηδαλίων παίρνει ορισμένη κλίση (Εικ. 1.3.34) ώστε η ανυψωτική δύναμη N να αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μια κατακόρυφη (N_1) και μια οριζόντια (N_2), από τις οποίες η συνιστώσα N_2 αποτελεί την κεντρομόλο που θα του επιτρέψει να κάνει τη στροφή.

Τριβή και αυτοκινητιστικά δυστυχήματα

Είναι βέβαιο πως, αν οι οδηγοί γνώριζαν τους νόμους της Δυναμικής και τους εφάρμοζαν, τότε τα δυστυχήματα θα περιορίζονταν σημαντικά.
Ποιες όμως είναι οι αιτίες των δυστυχημάτων;
Γιατί τόσοι άνθρωποι, κυρίως νέοι, αφήνουν την τελευταία τους πνοή στην άσφαλτο;

Τα στατιστικά στοιχεία δείχνουν ότι οι αιτίες των δυστυχημάτων είναι η υπερβολική ταχύτητα, το βρεγμένο οδόστρωμα, η μεγάλη ταχύτητα στις στροφές, το αντικανονικό προσπέρασμα, η κατάσταση των φρένων, τα φθαρμένα λάστιχα, η κατάσταση του οδηγού (αλκοόλ, αϋπνία κ.λπ.).

Θα προσπαθήσουμε μέσα από παραδείγματα, να δείξουμε την επίδραση του κάθε παράγοντα στα ατυχήματα.

Παράδειγμα 1

Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο που μαζί με το φορτίο του έχει μάζα 1.800kg κινείται στην εθνική οδό. Ξαφνικά ο οδηγός αντιλαμβάνεται ότι ο δρόμος έχει κλείσει από σταματημένα αυτοκίνητα και εφαρμόζει τα φρένα, με αποτέλεσμα οι τροχοί να μην περιστρέφονται. Τη στιγμή που ενεργοποιούνται, η απόσταση του αυτοκινήτου από το εμπόδιο είναι 150m. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ των τροχών και του εδάφους είναι 0,2. Αν τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα η ταχύτητα του οχήματος είναι α) 144km/h β) 108km/h γ) 72km/h, να βρεθεί σε κάθε περίπτωση αν το όχημα θα πέσει επάνω στα σταματημένα αυτοκίνητα.

Απάντηση

Κατά τον κατακόρυφο άξονα ασκείται η αντίδραση N που είναι δύναμη από επαφή. Στο αυτοκίνητο ασκείται και το βάρος B που είναι δύναμη από απόσταση.

Η μόνη δύναμη που ασκείται στη διεύθυνση της κίνησης και επιβραδύνει το όχημα είναι η τριβή T.

Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής έχουμε:

$$T = m\,\alpha$$

Επειδή $T = \mu\, N$ και $N = B$

προκύπτει ότι:

$$\mu\, m\, g = m\,\alpha \quad ή$$

$$\alpha = g\,\mu$$

Από τη σχέση αυτή φαίνεται ότι η επιβράδυνση είναι σταθερή επειδή ο συντελεστής τριβής είναι σταθερός. Θα ισχύουν οι σχέσεις της ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, δηλαδή:

$$x = \upsilon_0\, t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (1)$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha\, t \qquad (2)$$

Όταν το όχημα σταματήσει ($\upsilon = 0$) τότε από τη σχέση (2) έχουμε:

$$\upsilon_0 = \alpha\, t \quad ή \quad t = \frac{\upsilon_0}{\alpha}.$$

Με αντικατάσταση του χρόνου αυτού στη σχέση (1) προκύπτει το μέγιστο διάστημα x_{max}.

$$x_{max} = \frac{\upsilon_0^2}{2g\mu}$$

Από τη σχέση αυτή προκύπτει ότι η ζητούμενη απόσταση είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας τη στιγμή που ο οδηγός εφαρμόζει τα φρένα και αντιστρόφως ανάλογη του συντελεστή τριβής ολίσθησης.

Περίπτωση α) Για υ_0 = 144km/h = $\frac{144.000m}{3.600s}$ = 40m/s.

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$x_{max} = (40^2/2)\cdot 10\cdot 0{,}2m \quad ή \quad x_{max} = 400m.$$

Επειδή τα σταματημένα οχήματα είναι σε απόσταση 150m το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα προσπέσει επάνω τους, και δεν μπορεί να αποφύγει τη σύγκρουση.

Περίπτωση β) Για υ_0 = 108km/h = 30m/s το απαιτούμενο διάστημα για να σταματήσει το Ι.Χ. αυτοκίνητο είναι

$$x_{max} = 225m.$$

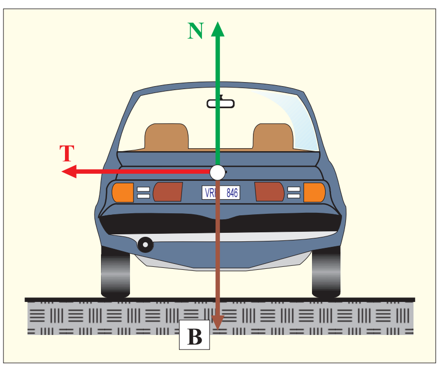
Άρα και στην περίπτωση αυτή δε θα αποφευχθεί η σύγκρουση.

Περίπτωση γ) υ_0 = 72km/h = 20m/s. Με αντικατάσταση προκύπτει: $x_{max} = (400/2)\cdot 10\cdot 0{,}2 = 100m$.

Στην περίπτωση αυτή το Ι.Χ. αυτοκίνητο θα σταματήσει 50m από τα σταματημένα οχήματα.

Από τις περιπτώσεις α και γ προκύπτει ότι, όταν η ταχύτητα είναι διπλάσια (από 72km/h έγινε 144km/h) το αντίστοιχο διάστημα που απαιτείται για να σταματήσει το όχημα είναι τετραπλάσιο.

Παράδειγμα 2



Ένα Ι.Χ. αυτοκίνητο μάζας 1.800kg, πρόκειται να πάρει στροφή ακτίνας 100m σε οριζόντιο δρόμο. Πόση πρέπει να είναι η μέγιστη ταχύτητά του για να περάσει τη στροφή με ασφάλεια; Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μ = 0,2.

Στην προκειμένη περίπτωση, αν το όχημα γλιστρήσει θα φύγει προς τα έξω. Συνεπώς η τριβή ως δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση θα έχει φορά προς το μέσα μέρος της στροφής. Άρα θα ενεργεί ως κεντρομόλος δύναμη και θα ισχύει:

$$T = F_\kappa \quad ή$$

$$\mu\, m\, g = m\frac{\upsilon^2}{R} \quad ή$$

$$\upsilon^2 = \mu\, g\, R \quad ή$$

$$\upsilon = \sqrt{\mu\, g\, R}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές των μ, g, R έχουμε:

$$\upsilon = \sqrt{0{,}2\cdot 10\cdot 100}\ m/s \quad ή$$

$$\upsilon = 10\sqrt{2}\ m/s \quad ή$$

$$\upsilon = 14{,}1\ m/s \quad ή$$

$$\upsilon = 50{,}8\ km/h.$$

Τι θα συμβεί αν ο οδηγός θελήσει να περάσει τη στροφή με ταχύτητα μεγαλύτερη από την ευρεθείσα;

Είναι προφανές, ότι η απαιτούμενη κεντρομόλος δύναμη για να πάρει τη στροφή το όχημα θα είναι μεγαλύτερη. Συνεπώς θα απαιτηθεί μεγαλύτερη τριβή από την $T = \mu\, m\, g$. Επειδή αυτό δεν συμβαίνει, το αυτοκίνητο θα φύγει προς τα έξω στη στροφή.

Δραστηριότητα

Εργαζόμενοι ανά δύο μπορείτε να ερευνήσετε την επίδραση που έχει:

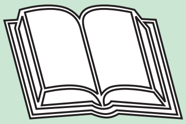
α) το βρεγμένο οδόστρωμα και

β) τα φθαρμένα λάστιχα, όταν το Ι.Χ. αυτοκίνητο κινείται όπως περιγράφεται στα Παραδείγματα 1 και 2;

Να χρησιμοποιήσετε τις σχέσεις των Παραδειγμάτων 1 και 2. Τεκμηριώστε την άποψή σας σε γραπτό κείμενο 10-15 γραμμών.

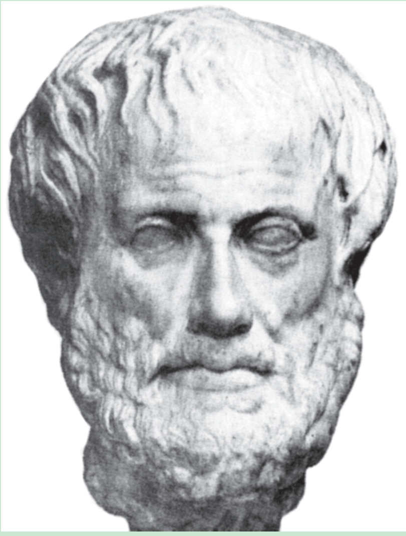
α) Ελαστικά σε καλή κατάσταση.
β) Φθαρμένα ελαστικά.

Από τον Αριστοτέλη στο Νεύτωνα



Η κίνηση των σωμάτων απασχόλησε τους αρχαίους Έλληνες Φυσικούς Φιλοσόφους οι οποίοι πρότειναν διάφορες θεωρίες για την ερμηνεία τόσο της έναρξης μιας κίνησης όσο και της παύσης της. Από τις διάφορες αυτές θεωρίες σημαντικότερη είναι αυτή που Αριστοτέλη (389-322 π.Χ.) διότι επηρέασε τη σκέψη των επόμενων γενεών ως την περίοδο του Νεύτωνα (1642-1727 μ.Χ.) ο οποίος ανέπτυξε τη θεωρία που δεχόμαστε σήμερα. Αξίζει να γνωρίσουμε λοιπόν τη θεωρία του Αριστοτέλη, η οποία ήταν πειστική για 20 αιώνες και την οποία αποδέχθηκαν επιστήμονες όπως οι da Vinci, J. Buridan, R. Descartes, G. Gallileo που έζησαν πριν από το Νεύτωνα.

Ο Αριστοτέλης στο έργο του “περί ουρανού” θεωρεί ότι όλος ο κόσμος είναι φτιαγμένος από τέσσερα στοιχεία: “γη” - “νερό” - “αέρας” - “φωτιά”, τα οποία έχουν σε διαφορετικό βαθμό τις ιδιότητες “βαρύ”, “ελαφρύ”, “ζεστό” και “κρύο”. Τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν την ιδιότητα να είναι βαριά ενώ ο αέρας και η φωτιά να είναι ελαφρά. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι τα στοιχεία “γη” και “νερό” έχουν τη φυσική τάση να κινούνται προς το κέντρο του κόσμου το οποίο σύμφωνα με τον ίδιο ήταν η Γη. Έτσι αν τα στοιχεία αυτά αφεθούν ελεύθερα και τίποτα δεν διακόψει την κίνησή τους θα κατευθυνθούν προς την επιφάνεια της γης. Αντίθετα τα στοιχεία “φωτιά” και “αέρας” έχουν



Αριστοτέλης (389-322 π.Χ.).

τη φυσική τάση να κινούνται προς την περιφέρεια του κόσμου, να απομακρύνονται δηλαδή από την επιφάνεια της Γης. Συνεπώς εφόσον όλα τα σώματα πάνω στη γη αποτελούνται από τα τέσσερα αυτά στοιχεία θα έχουν ανάλογα με το συνδυασμό των στοιχείων που τα αποτελούν τη φυσική τάση να κινούνται προς την επιφάνεια της Γης ή να απομακρύνονται από αυτήν. Για παράδειγμα, ένα ξύλο το οποίο αποτελείται κυρίως από το στοιχείο "γη" θα πέφτει προς την επιφάνεια της γης ενώ ο καπνός αποτελούμενος περισσότερο από το στοιχείο "αέρας" θα ανεβαίνει προς τον ουρανό. Η "φυσική", δηλαδή η ανεμπόδιστη κίνηση των σωμάτων, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη καθορίζεται από το συνδυασμό των στοιχείων από τα οποία αυτά αποτελούνται.

Υπάρχουν, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη και οι άλλες κινήσεις, αυτές που προκαλούνται από κάποια αιτία, και τις οποίες τις αποκαλεί "βίαιες". Τέτοιου είδους κίνηση κάνει μια πέτρα όταν την πετάμε, ένα βέλος όταν εκτοξεύεται από το τόξο, κ.α.

Σύμφωνα με τον Αριστοτέλη "*ο,τιδήποτε κινείται, κινείται από κάτι άλλο*", άποψη που σημαίνει ότι η κίνηση ενός σώματος, αν κάποιος το εκτοξεύει, πρέπει να αποδοθεί σε κάποια αιτία. Η αιτία που έθεσε αρχικά σε κίνηση το σώμα, έθεσε ταυτόχρονα σε βίαιη κίνηση (παλινδρομική) τον αέρα ο οποίος το περιβάλλει. Καθώς ο αέρας δονείται ασκεί δύναμη πάνω στο σώμα και έτσι αυτό συνεχίζει να κινείται. Η παλινδρομική αυτή βίαιη κίνηση μεταδίδεται από το ένα στρώμα του αέρα στο άλλο συντηρώντας την κίνηση του σώματος. Η διάδοση της παλμικής αυτής κίνησης δεν γίνεται χωρίς απώλειες και έτσι μειώνεται βαθμιαία η ικανότητα του αέρα να κινεί το σώμα που εκτοξεύτηκε. Για το λόγο αυτό το σώμα σταδιακά πλησιάζει στη Γη στης οποίας την επιφάνεια τελικά θα πέσει. Εκτός από τη διάκριση σε "φυσικές" και "βίαιες" κινήσεις ο Αριστοτέλης διαχώρισε τις κινήσεις σε αυτές που γίνονται κοντά στην επιφάνεια της Γης και σε αυτές που κάνουν τα ουράνια σώματα, όπως η Σελήνη, οι πλανήτες και τα άστρα. Τα ουράνια σώματα, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, κινούνται ακατάπαυστα πάνω σε κυκλικές τροχιές γύρω από το κέντρο του κόσμου, τη Γη, σύμφωνα με τις απόψεις του. Η αιτία για αυτές τις κινήσεις ήταν το "πρώτο κινούν", η πρωταρχική δηλαδή αιτία της δημιουργίας του κόσμου.

Η διάκριση σε φυσικές και βίαιες κινήσεις εξακολούθησε να κυριαρχεί έως την περίοδο του Γαλιλαίου, ο οποίος διατύπωσε το νόμο της αδράνειας σύμφωνα με τον οποίον *“εφόσον ένα σώμα κινείται χωρίς την επίδραση κάποιας δύναμης, θα συνεχίσει να κινείται ασταμάτητα με σταθερή ταχύτητα”*. Σύμφωνα με τη θεώρηση του Γαλιλαίου, ένα σώμα που εκτοξεύτηκε στον αέρα θα συνεχίσει να κινείται λόγω αδράνειας ενώ η δύναμη του βάρους θα προκαλέσει την καμπύλωση της τροχιάς και τελικά την πτώση του στο έδαφος. Με το νόμο της αδράνειας γίνεται ένα μεγάλο βήμα προς τη διαμόρφωση της έννοιας τη δύναμης όπως θα την καθορίσει ο Νεύτωνας. Παρά την πρόοδο που απετέλεσε η εισαγωγή της έννοιας της αδράνειας, η έννοια της δύναμης εξακολούθησε να είναι ασαφής και να συγχέεται με τη μυϊκή δύναμη, τη δύναμη της έκρηξης, την ικανότητα του τόξου να εκτοξεύει το βέλος, την προσπάθεια του εργάτη να ανυψώσει ένα βαρύ σώμα, κ.α.

Το έργο του Νεύτωνα δίνει στη δύναμη το νόημα που και σήμερα δεχόμαστε. Έτσι η δύναμη είναι η αιτία που αλλάζει την κινητική κατάσταση ενός σώματος ενώ η αδράνεια είναι η εγγενής φυσική δυσκολία για αυτήν την αλλαγή. Σύμφωνα με τον $1^{\text{ο}}$ νόμο, αν ένα σώμα κινείται και δεν ασκηθεί σε αυτό δύναμη, τότε θα συνεχίζει να κινείται με την ίδια ταχύτητα. Σύμφωνα με το $2^{\text{ο}}$ νόμο η αλλαγή της κινητικής κατάστασης, (ακινησία, κίνηση με συγκεκριμένη ταχύτητα) θα προκληθεί από μια δύναμη ή τη συνισταμένη πολλών δυνάμεων. Η δυσκολία να αλλάξει η κινητική κατάσταση ενός σώματος εξαρτάται τόσο από την αδράνεια (τη μάζα) του σώματος, όσο και από την αλλαγή που επιχειρούμε να προκαλέσουμε (το Δu). Στο έργο του Νεύτωνα η αδράνεια υπεισέρχεται εκτός από τα φαινόμενα της κίνησης χωρίς την άσκηση δύναμης, και στα φαινόμενα της αλλαγής της κινητικής κατάστασης.

Ο $3^{\text{ος}}$ νόμος του Νεύτωνα, προκάλεσε σημαντική αλλαγή στην ιδιότητα “βαρύ” με την οποία είχε προικίσει τα στοιχεία ο Αριστοτέλης. Το βάρος δεν αποτελεί μια ιδιότητα των σωμάτων αλλά είναι εκδήλωση της αμοιβαίας έλξης μεταξύ του οποιουδήποτε σώματος και της γης. Δεν είναι ένα ξεχωριστό είδος δύναμης αλλά μια δύναμη όπως οι άλλες, η οποία προκαλεί αλλαγή στην κινητική κατάσταση των σωμάτων. Καταργώντας ο Νεύτωνας την ιδιαιτερότητα του βάρους κατάργησε και τη διάκριση των κινήσεων σε “φυσικές” και “βίαιες”. Έτσι η μελέτη της κίνησης των σωμάτων γίνεται με ενιαίο τρόπο σύμφωνα με τους τρεις νόμους που αυτός πρότεινε. Επιπλέον, ο νόμος της παγκόσμιας έλξης μας επιτρέπει να έχουμε μια ενιαία περιγραφή της κίνησης των σωμάτων είτε

Galileo Galilei (1564-1642).

Isaac Newton (1642-1727).

αυτά κινούνται στη Γη είτε στο διάστημα.

Η σύγκριση των απόψεων του Αριστοτέλη και του Νεύτωνα για την κίνηση και τη δύναμη δείχνει ότι μεταξύ τους υπάρχουν σημαντικές διαφορές. Η μετάβαση από τις απόψεις του Αριστοτέλη στις απόψεις του Νεύτωνα δεν ήταν ούτε απλή ούτε εύκολη. Για να γίνει έπρεπε να αλλάξουν ριζικά οι αντιλήψεις για το Σύμπαν, τα στοιχεία που το αποτελούν, τη μέθοδο με την οποία πρέπει να ερευνάται η φύση, οι απόψεις για το ποια ερωτήματα πρέπει να απασχολούν τους ερευνητές, το νόημα των λέξεων: δύναμη, κίνηση, βάρος, κ.α.

Ντετερμινισμός ή χάος

Η θεαματική άνοδος της επιστήμης οδήγησε πολλούς σκεπτόμενους ανθρώπους να πιστέψουν στην παγκόσμια ισχύ που εκείνη αξίωνε. Η όψη αυτή της πραγματικότητας οδήγησε τελικά στο συμπέρασμα, πως το κάθετι που συμβαίνει στο Σύμπαν είναι συνέπεια των κινήσεων κι αλληλεπιδράσεων των ατόμων.

Στη Νευτώνεια Φυσική, η κίνηση καθορίζεται πλήρως με ντετερμινιστικούς νόμους. Ήδη στις αρχές του 19^{ου} αιώνα, ο Μαθηματικός-Φυσικός Πιέρ Σιμόν ντε Λαπλάς (Laplace) υπέθεσε πως, αν κάποιος μπορούσε να παρατηρήσει κάποια χρονική στιγμή όλα τα άτομα στο Σύμπαν και να καταγράψει τις κινήσεις τους, το μέλλον και το παρελθόν θα αποκαλύπτονταν. Αν το θέσουμε διαφορετικά, ολόκληρη η Ιστορία καθορίστηκε μέχρι την τελευταία λεπτομέρειά της όταν το Σύμπαν τέθηκε σε κίνηση. Η άνοδος και η πτώση των αυτοκρατοριών, το πάθος κάθε ξεχασμένης ερωτικής περιπέτειας δεν αντιπροσωπεύουν τίποτα περισσότερο από την αναπόφευκτη λειτουργία των νόμων της Φυσικής, το Σύμπαν προχωρά προς το αμετάβλητο πεπρωμένο του σαν ένα γιγαντιαίο ρολόι.

Τι περιθώρια ελευθερίας, όμως, άφηνε για σωτηρία και καταδίκη, γι' αγάπη και μίσος, όταν η πιο ασήμαντη απόφαση που θα μπορούσε να πάρει οποιοσδήποτε άνθρωπος είχε καθοριστεί πριν από περισσότερο από 10 δισεκατομμύρια χρόνια; Αυτό έδωσε στους ηθικούς στοχαστές του 19^{ου} αιώνα αντικείμενο έρευνας. Αναμφισβήτητα, είναι ασύλληπτο ότι κάποιος θα μπορούσε πράγματι να φτάσει στην παντογνωσία που ζητούσε ο Λαπλάς. Αλλά το γεγονός ότι γενικά ήταν εφικτό θεωρήθηκε ως ένας "μεγαλοφυής" εφιάλτης.

Η Νευτώνια Φυσική αποτέλεσε ένα μοντέλο στο οποίο έπρεπε ν' αποβλέπει όλη η ανθρώπινη γνώση.

Καθώς ξεπρόβαλλαν οι κοινωνικές επιστήμες, έτειναν ν' απομακρύνονται από τις ανθρωπιστικές μελέτες από τις οποίες είχαν αναδυθεί. Οι κοινωνικοί στοχαστές εφάρμοζαν γενικούς νόμους για να εξηγήσουν την Ιστορία και την ανθρώπινη συμπεριφορά. Μερικοί, όπως ο Καρλ Μαρξ κι ο Σίγκμουντ Φρόυντ, επηρέασαν έντονα την Ιστορία.

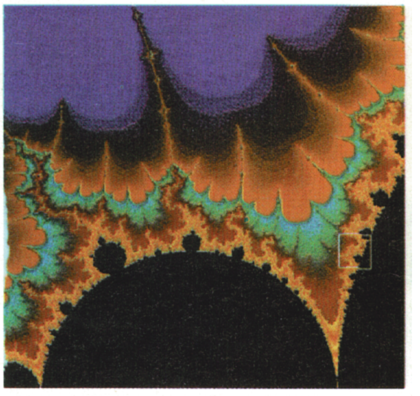
Είναι σημαντικό να θυμόμαστε πως η κοσμοθεωρία αυτή βασίζεται σ' ένα δίχως προηγούμενο επίτευγμα στην επιστήμη, που από τότε δεν έχει επαναληφθεί. Οι νόμοι του Κέπλερ, που αποδείχθηκαν από τον Νεύτωνα, περιέγραφαν προφανώς το ηλιακό σύστημα όπως υπήρχε στο παρελθόν κι όπως θα υπάρξει στο ατέρμονο μέλλον. Αλλά ο ίδιος ο Νεύτωνας γνώριζε ότι η ιστορία δεν έπρεπε να τελειώνει εκεί. Οι νόμοι του Κέπλερ εφαρμόζονται τέλεια μόνο σ' ένα ηλιακό σύστημα που υπόκειται μόνο στη βαρύτητα του Ήλιου. Δε συνυπολογίζονται οι δυνάμεις που οι πλανήτες, μέσω της βαρύτητάς τους, ασκούν *ο ένας στον άλλο.*

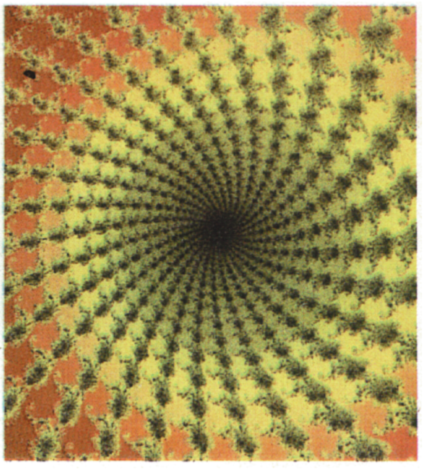
Υπάρχει ένας βασικός λόγος για την παράλειψη αυτή. *Δεν υπάρχει καμία απλή ακριβής μαθηματική επίλυση για την κίνηση περισσοτέρων από δύο αλληλεπιδρώντων σωμάτων.* Αυτό συνέβαινε την εποχή του Νεύτωνα και παραμένει έτσι μέχρι σήμερα. Οι νόμοι του Νεύτωνα ισχύουν γιατί ο Ήλιος είναι πολύ βαρύτερος από κάθε άλλον πλανήτη. Ο Δίας, ο μεγαλύτερος πλανήτης, είναι χίλιες φορές ελαφρύτερος από τον Ήλιο. Έτσι σε μια περίοδο χιλιάδων ετών, μεταφέρει στη Γη ορμή που ισοδυναμεί σε μέγεθος με τη βαρυτική επίδραση που ασκεί σε αυτήν ο Ήλιος σ' ένα χρόνο. Γι' αυτό δε θα προκαλούσε έκπληξη να παρατηρήσουμε σημαντικές αλλαγές στην τροχιά της Γης σε μια χρονική κλίμακα χιλιάδων χρόνων.

Ο Νεύτωνας εξέτασε το πρόβλημα αυτό και δεν του φάνηκε και τόσο ανησυχητικό. Ενδόμυχα, ελάχιστα αποδεχόνταν τον απόμακρο Θεό των θεϊστών φίλων του.

Προτιμώντας κάποια θεότητα της Παλαιάς Διαθήκης που είχε να κάνει με τον καθημερινό συντονισμό των δημιουργημάτων Του. Το ηλιακό σύστημα θα διατηρείτο σταθερό με την άμεση επέμβαση ενός φιλάνθρωπου Κυρίου.

Ο Λαπλάς απέδειξε αργότερα πως οι αμοιβαίες έλξεις των πλανητών τείνουν σ' ένα μέσο όρο και η σταθερότητα που φοβόνταν ο Νεύτωνας ανέρχεται σ' έναν αριθμό αργών, κυκλικών μεταβολών των πλανητικών τροχιών. Αλλά αυτά αποτελούσαν προσεγγιστικούς μόνο υπολογισμούς. Αργότερα, το 19ο αιώνα, ο Ανρί Πουανκαρέ απηύθυνε το γενικό ερώτημα των αμοι-





βαίων αλληλεπιδράσεων τριών ακριβώς σωμάτων και βρήκε πως μερικές διατάξεις ήταν πολύ ασταθείς. Μερικές, μη μετρήσιμες διαφορές στις αρχικές συνθήκες μπορούσαν να οδηγήσουν σε ριζικές διαφορές στα τελικά αποτελέσματα. Ομολογώντας πως η σκέψη και μόνο των περιπτώσεων αυτών τον αρρώσταινε, ο Πουανκαρέ εγκατέλειψε τη μελέτη αυτή.

Σήμερα, με τη βοήθεια υπολογιστών, έχουν βρεθεί αμέτρητα παραδείγματα μη προβλεψιμότητας. Μελέτες των πιο παθολογικών περιπτώσεων φέρουν όνομα *χάος*.

Στη δεκαετία του 1960, οι άνθρωποι που προέβλεπαν τις καιρικές συνθήκες στράφηκαν στους υπολογιστές ελπίζοντας σε μια απάντηση για καλύτερες προβλέψεις μακράς διαρκείας. Η ατμόσφαιρα υπάκουε σε φυσικούς νόμους που είχαν καλά κατανοηθεί, αλλά ήταν τόσο μεγάλη και πολύπλοκη που μόνο μια υπερυπολογιστική μηχανή θα μπορούσε να παρακολουθήσει τη μελλοντική της εξέλιξη. Στα κατοπινά χρόνια, η ισχύς των υπολογιστών αυξήθηκε περισσότερο από εκατό χιλιάδες φορές και οι δορυφόροι παρείχαν ακόμη πιο λεπτομερείς πληροφορίες για τον καιρό. Όμως, η προβλεψιμότητα του καιρού παραμένει περιορισμένη στο όριο των πέντε έως δέκα ημερών. Έχει ειπωθεί ότι κι ένα μόνο φτερούγισμα πεταλούδας σε μια ευαίσθητη περιοχή θα μπορούσε ίσως να καθορίσει κατά πόσο θα ξεσπάσει τυφώνας, ύστερα από εβδομάδες, χιλιάδες μίλια μακριά, σε μια πυκνοκατοικημένη περιοχή, ή θα αποβεί αβλαβής καθώς θα εξελιχθεί σε μια άγονη πεδιάδα.

Σήμερα, έχουμε συνειδητοποιήσει πως υπάρχουν όρια στη δυνατότητά μας να προβλέψουμε το μέλλον. Μερικά πράγματα, όπως οι πλανητικές κινήσεις, μπορούν να προβλεφθούν για χιλιετίες, άλλα για μερικές ώρες, μερικά μόνο για δέκατα του μικροδευτερολέπτου.

Ο εφιάλτης του ντετερμινισμού είναι ακριβώς αυτό που υπονοεί η ίδια η λέξη, ένα κακό όνειρο που έχει μικρή σχέση με την πραγματικότητα. Οποιοδήποτε μικρό σφάλμα στη γνώση μας για το παρόν μπορεί να οδηγήσει σε δραστικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο αντικρίζουμε το μέλλον.

Η κβαντική θεωρία έχει δείξει ότι ποτέ δεν ήταν δυνατό να έχουμε τέλεια γνώση του παρόντος. Το μέλλον, όπως καταλαβαίνουμε και με τη διαίσθησή μας, δε μας ανήκει για να το γνωρίζουμε.

Απόσπασμα από το βιβλίο:
"Φυσική για ποιητές"
του Robert March.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μελέτη της σχέσης της δύναμης με την κίνηση του σώματος. Οι δυνάμεις στη φύση εμφανίζονται κατά ζεύγη. Σύμφωνα μάλιστα με το νόμο **Δράσης - Αντίδρασης**, όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη $\vec{F}$ στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $-\vec{F}$ στο πρώτο. Οι δύο αυτές δυνάμεις ενεργούν σε διαφορετικά σώματα. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ σωμάτων πραγματοποιούνται είτε επειδή υπάρχει επαφή μεταξύ τους είτε επειδή καθένα απ' αυτά βρίσκεται στο πεδίο που δημιουργεί το άλλο. Αναφέρονται δε ως: α) **δυνάμεις από επαφή** και β) **δυνάμεις από απόσταση**.

Για να προσδιορίσουμε **τη συνισταμένη δύο δυνάμεων** χρησιμοποιούμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου. Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που έχει πλευρές τις δύο δυνάμεις και περιέχεται μεταξύ τους είναι η συνισταμένη τους. Εφόσον δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 90°, η τιμή της συνισταμένης τους δίνεται από τη σχέση:

$$F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

και η κατεύθυνσή της από τη σχέση $\varepsilon\varphi\theta = \dfrac{F_2}{F_1}$.

Για την **ανάλυση μιας δύναμης** σε συνιστώσες επιλέγουμε κατάλληλες διευθύνσεις και δημιουργούμε παραλληλόγραμμο προσδιορίζοντας, με παράλληλες προς τις γνωστές διευθύνσεις απ' το τέλος της δύναμης, τις δύο συνιστώσες δυνάμεις. Η σύνθεση πολλών ομοεπίπεδων δυνάμεων με κοινό σημείο εφαρμογής γίνεται με ανάλυση των δυνάμεων σε συνιστώσες. Οι συνιστώσες που βρίσκονται στον ίδιο άξονα έχουν ή ίδια ή αντίθετη κατεύθυνση και προστίθενται εύκολα. Τελικά καταλήγουμε στη σύνθεση δύο δυνάμεων κάθετων μεταξύ τους.

Για να ισορροπούν πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις που διέρχονται από το ίδιο σημείο, πρέπει η συνισταμένη τους να είναι μηδέν.

$$\Sigma Fx = 0$$
$$\Sigma F_y = 0$$

Στην ειδική περίπτωση της ισορροπίας σώματος με την επίδραση δύο δυνάμεων αυτές, πρέπει να είναι αντίθετες. Όταν όμως επιδρούν τρεις δυνάμεις πρέπει η συνισταμένη των δύο να είναι αντίθετη της τρίτης.

Όταν ένα σώμα γλιστράει πάνω σε μια επιφάνεια, υπάρχει μια δύναμη στο σώμα που αντιστέκεται στην κίνησή του, και λέγεται **τριβή ή τριβή ολίσθησης**. Ονομάζουμε **στατική τριβή** εκείνη τη δύναμη τριβής που εμφανίζεται όταν ένα σώμα δέχεται δύναμη και παρ' όλα αυτά παραμένει ακίνητο. Η δύναμη της στατικής τριβής δεν έχει σταθερή τιμή. Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής λέγεται **οριακή τριβή**. Η τριβή που αναπτύσσεται κατά την ολίσθηση λέγεται τριβή ολίσθησης και εκφράζεται ποσοτικά με τη σχέση: $T = \mu N$, όπου N η δύναμη που είναι κάθετη στην επιφάνεια επαφής.

Οριζόντια βολή είναι η σύνθετη επίπεδη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Για να περιγράψουμε τις σύνθετες κινήσεις χρησιμοποιούμε την αρχή της **ανεξαρτησίας (ή αρχή της επαλληλίας)** των κινήσεων. Σύμφωνα με αυτή την αρχή όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα δύο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μία απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φθάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο t η κάθε μία.

Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η σχέση $\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ισοδυναμεί με τις σχέσεις:

$$\Sigma F_x = m\,\alpha_x$$
$$\Sigma F_y = m\,\alpha_y$$

όπου ΣF_x, ΣF_y, α_x και α_y είναι οι συνιστώσες της συνισταμένης δύναμης και της επιτάχυνσης σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων αντίστοιχα.

Ένα κινητό εκτελεί **ομαλή κυκλική κίνηση** όταν η τροχιά που διαγράφει είναι περιφέρεια κύκλου και η τιμή της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή. Περίοδος της κυκλικής κίνησης (T) ονομάζεται ο χρόνος που χρειάζεται το κινητό για να κάνει μία περιστροφή, ενώ ο αριθμός των περιστροφών που εκτελεί το κινητό στη μονάδα του χρόνου λέγεται συχνότητα (f) της κυκλικής κίνησης. Η μεταξύ τους σχέση είναι:

$$f = \frac{1}{T}$$

Η **γραμμική ταχύτητα** στην ομαλή κυκλική κίνηση έχει σταθερή τιμή και μεταβαλλόμενη κατεύθυνση μια και είναι εφαπτόμενη στην τροχιά ενώ η τιμή της δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T}$.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση χρειάζεται η γνώση του ρυθμού με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες γι' αυτό ορίζεται το διανυσματικό φυσικό μέγεθος που λέγεται **γωνιακή ταχύτητα** $(\vec{w})$. Η τιμή της είναι ίση με το σταθερό πηλίκο της γωνίας φ που διαγράφηκε από την επιβατική ακτίνα σε χρονικό διάστημα t δια του αντιστοίχου χρονικού διαστήματος. Δηλαδή:

$$\omega = \frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{T}$$

με μονάδα μέτρησης το 1rad/s και με διάνυσμα κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς στο κέντρο της και φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Η σχέση μεταξύ γραμμικής και γωνιακής ταχύτητας είναι: $\upsilon = \omega R$

Επειδή στην ομαλή κυκλική κίνηση το διάνυσμα της ταχύτητας μεταβάλλεται, εμφανίζεται επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και λέγεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**. Δίνεται δε από τη σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα επομένως, ασκείται δύναμη με κατεύθυνση επίσης προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς και γι' αυτό λέγεται κεντρομόλος δύναμη.

$$F_\kappa = m\alpha_\kappa = m\frac{\upsilon^2}{R}$$